

Kombinatorika (tanárszakosoknak) - 2024/25-2

I. gyakorlat

1. Hány olyan egész szám van 1000-tól 99999-ig, amely páros számjeggyel kezdődik és végződik? Hol melyik kombinatorikus alapelvet használtuk a feladat megoldása során?
2. Hány 5-tel osztható hétjegyű palindrom szám van?
3. Tízszor egymás után feldobunk egy kockát. Hány kimenetel lehetséges? Ebből hányszor lesz olyan dobás-sorozat, amelyben van 6-os?
4. Hányféleképpen festhetjük ki egy ház emeleit három színnel, ha
 - a) két emelet van; b) három emelet van;
 - c) 20 emelet van d) 20 emelet van, de szomszédos szintek nem lehetnek egyszínűek?
5. Hányféleképpen sorakozhat fel egy állatidomár mellett egy oroszlán, egy tigris és egy jegesmedve? És ha még egy pingvin is van?
6. Legfeljebb hány természetes szám adható úgy, hogy semelyik kettő különbsége ne legyen osztható 8-cal?
7. a) Egy $2m \times 2m$ -es táblába belelövünk öt golyót. Mutassuk meg, hogy lesz kettő, melyek távolsága legfeljebb $1,5m$! b) És hány golyót kellene belelőni ahhoz, hogy biztosan legyen legalább hat, melyek páronként legfeljebb másfél méterre vannak egymástól?
8. Hány olyan hétjegyű telefonszám van, amiben van két szomszédos jegy, amik megegyeznek?
9. Hány nyolcjegyű szám van ...
 - a) összesen; b) melyben a szomszédos számjegyek különbözőek;
 - c) melyben nem szerepel a 4-es számjegy; d) melyben szerepel a 4-es számjegy;
 - e) melyben pontosan egy 4-es számjegy van; f) melyben legalább kettő 4-es számjegy van?
10. A 0, 1, 2, 3, 4, 5 jegyekből hány hatjegyű 5-tel osztható számot képezhetünk, ha minden jegy egyszer szerepel? És ha többször is szerepelhet?
11. Hány olyan hatjegyű szám van, melyben a
 - a) számjegyek szorzata 5-re végződik; b) számjegyek összege 5-re végződik?
12. Hány darab 6-tal osztható hétjegyű számot írhatunk fel a(z) a) $0, \dots, 5$; b) $0, \dots, 6$; c) $1, \dots, 6$ számjegyek használatával? (egy számjegyet akárhányszor használhatunk, esetleg egyszer sem.)
13. Hányféleképpen tehetünk fel a sakktáblára 8 azonos színű bástyát úgy, hogy semelyik kettő ne üsse egymást (azaz páronként ne legyenek egy sorban vagy egy oszlopban)? És ha különböző színűek?
14. 32 lapos magyar kártyából hányféleképpen húzhatunk 6 lapot (a sorrendet megjegyezve), ha a kihúzott lapot nem tesszük vissza? És ha visszatesszük?