Kiegészítés a *Valós függvények előállítása kompozícióként* c. cikkhez

Kunos Ádám*

A Danka Tivadar és Kunos Ádám által írt *Valós függvények előállítása kompozícióként* című cikk megjelent: *Polygon, XXII. köt., 1-2. sz., 2014. máj., 85–102.* Kunos Ádám 2014. október 11-én ismeretterjesztő előadást tartott a témából a 19. Őszi Kulturális Fesztivál keretében a Bolyai Intézetben, melynek Maróti Miklós és Waldhauser Tamás is hallgatója volt. Az előadás után a következő érdekes és tanulságos észrevételekkel álltak elő.

1. Megjegyzés. *(Maróti Miklós)* A (cikkbeli) 4. feladat 2. megoldása könnyen továbbfejleszthető a két függvényes feladat megoldásává. Így egy a cikkben közölt megoldásoknál egyszerűbb megoldást kapunk a két függvényes feladatra.
Legyen $g_0 \colon \mathbb{R} \to (0,1)$ bijekció,

$$g_1(x) := \begin{cases} g_0^{-1}(x) + 1, & \text{ha } x \in (0,1), \\ f_{k-1} \circ g_0^{-1}(x-k), & \text{ha } x \in (k, k+1) \ \ (k = 1, 2, \dots), \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

Világos, hogy ekkor $g_1 \circ g_0(x) = x + 1$ minden $x \in \mathbb{R}$ esetén. Innen már könnyen ellenőrizhető, hogy tetszőleges k természetes számra

$$f_{k-1} = g_1 \circ (g_1 \circ g_0)^{(k)} \circ g_0.$$

2. Megjegyzés. *(Waldhauser Tamás)* A (cikkbeli) 6. feladat megoldásához elegendő választani két olyan f_0, f_1 függvényt, melyekre $f_0 \circ f_1 \neq f_1 \circ f_0$, hiszen ha létezne g valós függvény, melyre $f_0, f_1 \in [g]$ teljesülne, az könnyen láthatóan azt eredményezné, hogy $f_0 \circ f_1 = f_1 \circ f_0$. Ilyen két valós függvényt pedig nem nehéz találni.

Szeged, 2014. október

*akunos@math.u-szeged.hu