Mm4125: Lineáris Algebra (2010–11. tanév őszi félév)

A szóbeli vizsga tételei

1. Vektortér felbontása alterek direkt összegére; bázisok és direkt összegre bontás
2. Lineáris transzformáció sajátértékei, sajátalterei; sajátalterek összege
3. Vektortér felbonthatósága lineáris transzformáció sajátaltereinek direkt összegére
4. Euklideszi tér, unitér tér: alapvető fogalmak és tételek
5. Cauchy–Bunyakovszkij–Schwarz-egyenlőtlenség
6. A Gram–Schmidt-féle ortogonalizálási eljárást megalapozó tétel
7. Euklideszi/unitér terek izomorfiája; altér ortogonális komplementuma
8. Euklideszi/unitér tér lineáris transzformációjának adjungáltja
9. Önadjungált, ortogonális, unitér, illetve normális transzformációk és mátrixaik
10. Önadjungált, illetve unitér transzformáció karakterisztikus polinomjának gyökei
11. Spektráltétel
12. A spektráltétel mátrixos alakja; főtengelytétel
13. Euklideszi tér felbontása adott ortogonális transzformáció 1-, illetve 2-dimenziós invariáns altereinek direkt összegére
14. Modulusokra vonatkozó alapvető fogalmak és tételek; K fölötti vektortér adott φ lineáris transzformációjához tartozó $V_{K[x]}$ jobb-, illetve ${}_{K[x]}V$ balmodulus
15. Végesen generált szabad R-modulusok jellemzése és leírása izomorfia erejéig
16. Végesen generált szabad modulusok közötti homomorfizmus mátrixa; részmodulust leíró mátrix változása bázisáttérés során
17. Főideálgyűrű fölötti mátrix kanonikus diagonális alakra hozása
18. Főidálgyűrű fölötti ciklikus modulus; elemrend; torziómodulus
19. Főidálgyűrű fölötti végesen generált szabad modulus részmodulusai
20. A főidálgyűrű fölötti végesen generált modulusok alaptétele (invariáns faktoros változat); a felbontás létezésének bizonyítása
21. A főidálgyűrű fölötti végesen generált modulusok alaptétele (elemi osztós változat); a felbontás létezésének bizonyítása
22. Főidálgyűrű fölötti végesen generált torziómodulus exponense
23. A φ-hez tartozó ${}_{K[x]}V$ modulus előállítása szabad $K[x]$-modulus faktormodulusaként
24. Lineáris transzformáció minimálpolinomja; a Cayley–Hamilton-tétel
25. Racionális kanonikus alak létezése és egyértelműsége
26. Jordan-normálalak létezése és egyértelműsége
27. Diagonalizálható mátrixok jellemzése

Az írásbeli vizsgán szereplő eljárások

- Gram–Schmidt-féle ortogonalizálási eljárás
- $\mathbb{R}$ fölötti szimmetrikus mátrix diagonális alakra hozása ortogonális transzformációval
- valós kvadratikus alak főtengelytranszformációja
- $R = \mathbb{Z}$, illetve $R = K[x]$ (K test) fölötti $m \times n$-es A mátrix kanonikus diagonális alakra hozása; ha a kanonikus diagonális alak D, olyan invertálható, R fölötti P, Q mátrixok meghatározása, amelyekre $QAP = D$
- test fölötti $n \times n$-es mátrix racionális kanonikus alakjának, illetve Jordan-normálalakjának kiszámítása; átmenetmátrix meghatározása