Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LIX. esztendő

2022-2023. tanév

12. évfolyam

I. forduló

1. Határozzuk meg a p valós paraméter értékét, ha tudjuk, hogy a

$$p\cdot\sqrt{x^2}+\frac{1}{2}\cdot\sqrt[4]{x^2}-\frac{1}{3}=0$$

egyenletnek pontosan két különböző valós gyöke van.

2. Jelölje S_n az $\{a_n\}$ számtani sorozat első n tagjának összegét. Tudjuk, hogy $S_6=S_9$. Határozzuk meg a_3 és a_5 arányát.

3. Egy 5 cm sugarú kör két párhuzamos húrja AB és CD. Milyen hosszú az AC húr, ha $AB=8$ cm, $CD=6$ cm?

4. Van-e olyan, a tízes számrendszerben felírt háromjegyű $\overline{abc}$ szám, amelyre teljesül, hogy az $\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}$ összeg egy pozitív egész szám négyzete? A választ indokolni kell!

5. Az ABC háromszög BC oldalának felezőpontja D. E az AD súlyvonalnak olyan pontja, amelyre $BE=AC$. A BE egyenes az AC oldalt F-ben metszi. Igazoljuk, hogy $AF=EF$.

6. *a*) Van-e az 1; 2; 3; …; 9 számoknak olyan a_1; a_2; a_3; ...; a_9 permutációja (sorrendje), amelyre teljesül, hogy az $|a_1-1|$; $|a_2-2|$; $|a_3-3|$; ...; $|a_9-9|$ számok páronként különbözők?
b) Van-e az 1; 2; 3; …; 9; 10 számoknak olyan a_1; a_2; a_3; ...; a_9; a_{10} permutációja, amelyre teljesül, hogy az $|a_1-1|$; $|a_2-2|$; $|a_3-3|$; ...; $|a_9-9|$; $|a_{10}-10|$ számok páronként különbözők? A választ mindkét esetben indokolni kell!