Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVI. esztendő

2017-2018. tanév

11. évfolyam

I. forduló

1. Számítsuk ki a következő kifejezés értékét, ha *a*, *b*, *c* 1-nél nagyobb valós számok.

$$\frac{1}{1+\log_{a^2b}\left(\frac{c}{a}\right)}+\frac{1}{1+\log_{b^2c}\left(\frac{a}{b}\right)}+\frac{1}{1+\log_{c^2a}\left(\frac{b}{c}\right)}$$

2. p és q valós számokra teljesülnek a következők: $2p^2-3p-1=0$, $q^2+3q-2=0$, $pq\neq 1$. Számítsuk ki a $\frac{pq+p+1}{q}$ kifejezés értékét.

3. Az ABC háromszög szögeire a szokásos jelölés mellett teljesül, hogy $\alpha:\beta:\gamma=1:2:4$. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{1}{AB}+\frac{1}{AC}=\frac{1}{BC}.$$

4. Határozzuk meg azt a legkisebb pozitív egész *m* számot, amelyre az

$$x^2+2(m+5)x+10m+9=0$$

egyenlet gyökei egész számok.

5. A hegyesszögű ABC háromszög oldalhosszai a, b, c és $a>b>c$. A háromszögbe háromféleképpen írhatunk négyzetet. (Háromszögbe írt négyzet: a négyzet csúcsai a háromszög oldalaira illeszkednek.) Melyik négyzet területe a legnagyobb?

6. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai egy szabályos harmincoldalú sokszög csúcsai közül valók, és bármely két háromszög csúcs között legalább három csúcsa van a sokszögnek?