Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVI. esztendő

2017-2018. tanév

10. évfolyam

I. forduló

1. Az $(x-20)\cdot(x-18)=p$ egyenlet különböző valós gyökei x_1 és x_2. Határozzuk meg az $(x-x_1)\cdot(x-x_2)=-p$ egyenlet valós gyökeit.

2. Az *ABC* egységnyi oldalhosszú szabályos háromszög *BC* oldalára kifelé felvettük a *BDC* egyenlő szárú háromszöget, amelyre $BD=DC$ és $BDC\angle=120°$. *M* az *AB*, *N* az *AC* oldal pontja úgy, hogy $MDN\angle=60°$. Határozzuk meg az *AMN* háromszög kerületét.

3. Bizonyítsuk be, hogy akárhogyan választunk ki hét darab páronként különböző egész számot, mindig lesz közöttük két olyan, amelyek összege, vagy különbsége osztható 10-zel.

4. Az egységnyi hosszú *AB* és *CD* szakaszok az *M* pontban, 60º-os szöget bezárva metszik egymást. Mutassuk meg, hogy $AC+BD\geq 1$.

5. Az *a*, *b*, *c* valós számok kielégítik az $a+b+c=2$ és $a\cdot b\cdot c=4$ egyenleteket.
a) Határozzuk meg az *a*, *b*, *c* számok legnagyobbikának minimumát.
b) Határozzuk meg az $|a|+|b|+|c|$ kifejezés minimumát.

6. Hány olyan legfeljebb hatjegyű pozitív egész szám van a tízes számrendszerben, amelyekben a számjegyek összege 9?