Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LV. esztendő

2016-2017. tanév

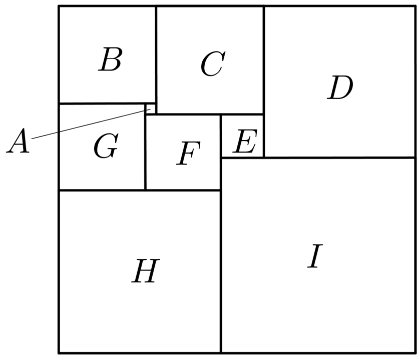
9. évfolyam

I. forduló

1. Határozzuk meg azt a tízes számrendszerbeli $\overline{abcd}$ négyjegyű számot, amelyre

$$\overline{abcd}+\overline{abc}+\overline{ab}+\overline{a}=2017\ .$$

2. Az ábrán 9 darab négyzet hézag nélkül és egyrétűen lefed egy téglalapot. A legkisebb (*A* jelű) négyzet oldalának hossza 1 egység. Számítsuk ki a többi négyzet oldalhosszát.



3. Egy konvex négyszög oldalai pozitív körüljárási irány szerint rendre $a-3$, $a+3$, $a+7$, $a+3$. Számítsuk ki *a* értékét, ha tudjuk, hogy a négyszög átlói merőlegesek egymásra.

4. Van 12 darab pálcánk, mindegyikük 13 cm hosszú. Feldarabolhatók-e a pálcák 3, 4 illetve 5 cm-es darabokra úgy, hogy a 3 cm-es pálcából is, a 4 cm-es pálcából is, és az 5 cm-es pálcából is 13 darab keletkezzen? (A választ indokolni kell.)

5. Bizonyítsuk be, hogy ha egy egyenes felezi a háromszög kerületét és területét is, akkor ez az egyenes illeszkedik a háromszögbe írható kör középpontjára.

6. Igaz-e, hogy bármely 5-nél nagyobb prímszámhoz létezik olyan *k* pozitív egész szám, hogy a p^k szám utolsó 2017 darab számjegye 000...01 (az 1 előtt 2016 darab 0 áll)? (A választ indokolni kell.)