Leindler László

POLYGON
V. kötet 2. szám 1995.

Dr. Leindler László akadémikus 60 éves

DR. NÉMETH JÓZSEF

Amikor egy rövid cikkben vázolnom kell Leindler László eddigi tevékenységét, akkor két problémával küszködöm. Az egyik a bőség zavara, ami azt a hihetetlen nagy adat- ill. eredmény-dömpinget illeti, amit itt papírra kellene vetnem, a másik viszont annak a tanítványnak a természetes elfogultsága, aki egyetemi pályafutásának (s már ez is több, mint 30 év) szinte minden jelentős eredményét mesterének köszönheti, s ugyanakkor — s talán ez részemről szerénytelenség — egymást kölcsönösen legjobb barátaink között tartjuk számon. Talán megkönnyíti a feladatot, ha élete bemutatását „száraz" tényszerű felsorolással kezdem.

1935. október 1-jén született Kecskeméten, felesége Zsitva Margit, gyermekei: László és Zoltán. 1958-ban szerzett mat.-fiz. szakos középiskolai tanári oklevelet a Szegedi Tudomány Egyetemen. 1962-ben a kandidátusi, 1966-ban a tudományok doktora címet szerzi meg, 1973-ban az MTA levelező-, majd 1982-ben az MTA rendes tagja lesz. 1958–59-ben a Veszprémi Vegyipari Technikum tanára, majd 1959–62 között aspiráns, 1962–65-ig a JATE adjunktusa, 1965–68-ig docense, 1968-ban kinevezik professzornak.

Vendégoktatói, ill. vendégkutatói meghívásai: Torontó (1966), Moszkva (1968), Giessen (1977, 1980), Edmonton (1974, 1983, 1989, 1990), York (1993).

Kitüntetései: Grünwald Géza Díj (1961), Sub Auspiciis Doctor (1964), Oktatásügy Kiváló Dolgozója (1972), Munka érdemrend ezüst fokozata (1976), Szele Tibor Emlékérem (1984), Április Negyedike érdemérem (1985), Széchenyi Díj (1992). Tagja a Bolyai János Mat. Társulatnak, s a társulat IMU Bizottságának is. Főszerkesztője az Acta Sci. Math. (Szeged) c. folyóiratnak 1982–92-ig; szerkesztőbizottsági tagja az alábbi folyóiratoknak: Acta Sci. Math. (Szeged), Acta Math. Hungarica, Analysis Mathematica, Periodica Math., Mathematics and Applications.

Egyetemi közéleti tevékenysége: dékánhelyettes a TTK-n (1967–71); a TTK dékánja (1972–75), rektorhelyettes (1975–78, 1984–87); Tanszékcsoportvezető a Bolyai Intézetben (1979–85); Tanszékvezető (1977-től).

Tudományos közéleti tevékenysége: TMB Mat. Szakbizottságának tagja (1968–76); MTA Mat. Biz. tagja (1968-) MTA Mat. és Fiz. Osztályának osztályelnökhelyettese (1976–90); UNESCO Magyar Biz. Természettudományi Albizottság tagja (1980–84), Országos Ösztöndíj Tanács Mat. Fiz. szekció tagja (1983–90), OTKA Bizottság tagja (1986–1990), Kossuth- és Állami-díj Bizottság Mat-fiz. Szakbizottság tagja (1986–90), Műv. Minisztérium Tudományos Tanácsa tagja több cikluson át, jelenleg a Felsőoktatási és Tudományos Tanács Tudományos Bizottságának tagja.

Tudományos publikációinak száma: 141; ezekre való hivatkozások: több mint 600; legalább 10 olyan eredménye van, amelyet már Leindler tételként tart számon a tudományos világ. Több mint 25 konferencián vett részt, ahol előadások keretében számolt be eredményeiről, s ezen kívül Kanadától Japánig kb. 15 országban tett eleget rövidebb hosszabb meghívásoknak — legtöbbször előadó — körút keretében.

Hogyan kezdődött ez a *matematikus életút*?

A közgazdasági technikumban, ahová középiskolában járt, fizikát egyáltalán nem is tanítottak, s matematikából is igen keveset. Ezek után szerinte véletlenül lett mégis mat.-fiz. szakos hallgató a szegedi egyetemen. A technikum igazgatója matematika szakos tanár volt, és észrevette benne a készségét a matematika iránt, s ő beszélte rá az egyetemi jelentkezésre. Ami nem volt könnyű, mert saját szavait idézve ő volt a „focisztár" Kecskeméten, s nem akart továbbtanulni, hanem a válogatottba akart bekerülni. Úgy ment el a felvételire, hogy talán jobban örült volna, ha nem veszik fel, hiszen akkor focizhatott volna tovább. Amikor a felvételről szóló papírt megkapta, és megtudta, hogy milyen kevés ösztöndíjat kap (mivel édesapja szabó volt, az „egyéb" kategóriába sorolták, ami miatt minimális ösztöndíjat adtak volna neki), úgy döntött, hogy mégsem megy egyetemre. Azonban az igazgató ebbe nem nyugodott bele, és írt az egyetemre, hogy emeljék ösztöndíját — sikerült; így nem volt visszaút. Sőt, mivel tudott az igazgató akciójáról, eldöntötte, hogy nem hoz rá szégyent. Hogy ez volt-e csak a serkentő vagy más is, nem tudom, de számomra a csodával határos és példaadó az az akaraterő, ami ahhoz kellett, hogy az első félévben már minden jegye jeles legyen akkor, amikor az első matematikai dolgozatait még úgy adták neki vissza, hogy még javítani sem lehetett, annyira nem ütötte meg a szintet, hiszen rengeteg olyan dolog volt, amiről még csak nem is hallott a középiskolában. Látta, hogy itt hajtani kell, és úgy is tett; gyakran érte az éjfél a tanulóban, kemény munkával utolérte a többieket, mire jött a vizsgaidőszak, akkor már alig kellett tanulnia. Onnan kezdve szinte minden erőfeszítés nélkül volt minden félévben kitűnő, s különösebben többet nem is foglalkozott matematikával csak ami ehhez elég volt. Pályája további alakulása szempontjából a szegedi Eötvös Kollégium megszervezése volt fontos; ide felvették, és a kollégium patronáló tanára — Tandori Károly — biztatására kezdett el komolyabban foglalkozni matematikával. Egyetemi tanulmányainak utolsó napján lett kész azzal a bizonyítással, amiről tudományos munkája részletezésénél mint „berobbanó" eredményről ejtünk majd szót. Innen — egy év veszprémi tanárkodás után — már egyenes út vezetett ahhoz, hogy 1973-ban az MTA akkor legfiatalabb levelező tagja váljék belőle.

Nyilvánvaló, hogy az olvasót az is érdekli, hogy milyen *ember* van a tudós mögött; hogy viszonyul családjához, kollégáihoz, mi a hobbija, hogyan kutat, hogyan dolgozik? Harmonikus családban él; meggyőződésem, hogy elsősorban a családjának él. Felesége — akit Katinak becéz — az a „szép mat-fiz. szakos főiskolás lány" lett, akinek sokszor magyarázta a matematikát a Boszorkány szigeten; ő biztosítja azt a biztos családi hátteret, ami nélkül Leindler professzor szerint nem lehet valaki eredményes kutató. Amikor nagyon dolgozik valamilyen problémán, akkor szinte megeteti, megitatja, csakhogy ki ne zökkenjen a kerékvágásból. Sőt a kellemes esti sétákon még meg is hallgatja, hogy most éppen min dolgozik (még ha néha utólag be is vallja, hogy fogalma sem volt, hogy miről volt szó). Sokszor épp „Katinak" való magyarázat közben világosodott meg számára a probléma lényege. Fiait — Lacit és Zolit — nagyon szereti; sikereik — akár munkában, akár a sportban — mindig érdekelte apjukat, s akár Laci judo meccsére vagy az íjász versenyekre, akár Zoli focimeccseire mindig nagy lelkesedéssel ment, ill. megy el. Biztatta őket, de őszintén elmondta nekik azt is, ami nem tetszett játékukban. Bármilyen nehéz matematikai problémán dolgozott, kisgyerekkorukban sem hagyta ki a sétékat — s bizony sokszor volt, hogy alig várta, hogy egy padra közben leüljön, előkapta a papírt és már írta is a képleteket. Szerinte „ilyen furcsaságokat kell eltűrni a családnak, ha az ember matematikus". Ennek ellenére soha sem érezte, hogy aszkéta életet él, nem akart csak a tudománynak élni, mindig teljes életet akart élni, és ez — szerintem — irigylése méltóan sikerül is neki.

Él-hal a sportért — amikor már a focizásból „kiöregedett", elkezdett teniszezni, és ma is ez jelenti számára az egyik legjobb kikapcsolódást. Kedvence Ábel, a spániel, Zoli fiától „örökölte", s akit szorgalmasan sétáltat (aki egyébként řendszeresen elkiséri a teniszpályára), és otthon is sokat foglakozik vele. Kedvenc szórakozásai közé tartoznak a baráti körben zajló ulti partik. Kollégái tisztelik, szeretik.

A tanszékvezetésről az a véleménye, hogy azt úgy kell csinálni, hogy a tanszék ne vegye észre, hogy vezetik. Mindenki a tanszéken kedve szerint foglalkozhat azzal a területtel, amihez kedve van, arra azonban ügyel, hogy mindenki oktatómunkáját becsülettel elvégezze. Jó érzéke van ahhoz, hogy hogy kell valakit tudományosan irányítani. Az az elve, hogy az első időkben olyan problémákat kell adni a tanítványnak, hogy legyen sikerélménye, majd fokozatosan nehezebbeket és ezzel párhuzamosan mind jobban hagyni önállóan dolgozni az illetőt, majd a következő fokozat az, amikor már a problémákat is a tanítványnak kell megkeresni (s természetesen megoldani). Nagyon elgondolkodtató az a mondata, ami a címe lett az egyik vele készített interjúnak, nevezetesen „*Ne legyetek tekintélytisztelők!*", ami azt jelenti nála, hogy a legnagyobb matematikai elméknek sem juthat eszébe minden, s hozzá kell fogni a problémákhoz, mert attól még sikerülhet, hogy esetleg egy „nagyobb matematikusnak" eddig még nem sikerült.

Milyen Leindler László mint *pedagógus*?

A Széchenyi-díjra való felterjesztésekor ez állt a hivatalos indoklásban erről: „Leindler László igen széles körű egyetemi oktató munkát végez az analízis és a matematika alapjai tárgykörben. Előadásai szinvonalasak, oktatói tevékenységét a magas szinvonal megkövetelése jellemzi. Előadásairól egyetemi jegyzeteket adott ki." Mi is húzódik meg e tárgyilagos, de talán kissé hivatalos sorok között?

Másodéves egyetemistaként kezdett engem tanítani — analízis gyakorlatot vezetett. Szinte egész héten erre a gyakorlatra készültünk, pedig nem adott fel sok házi feladatot, viszont a gyakorlaton az elméletet és a feladatmegoldást egyaránt szigorúan behajtotta rajtunk. Nem követelt ő egy betűvel sem többet a leadott anyagnál, de azt precizen, színvonalasan, úgy kellett tudni, ahogy szerinte majd a katedrán nekünk magabiztosan, szakmailag stabilan kell szerepelnünk a tanulók előtt. Szigorú, de igazságos tanár, a kivételezésnek, részrehajlásnak nála semmi jele nincs. „Megizzadtunk" a gyakorlatokon, de a vizsgára való készülésnél ennek megvolt az eredménye, sokkal könnyebben vettük az akadályokat, mint korábban.

A vizsgákon is igen szigorú, kíméletlenül bevasalja a hallgatókon az anyagot. Az a véleménye, hogy a vizsgán való izgalom és az az anyag, amit ott tudni kell, eltörpül amellett, ami az egyes tanárokra vár, amikor 20-30 gyerek elé kimennek és a katedrára állnak. A tanárszakosokhoz való szigora talán ebből, illetve abból táplálkozik, amit a Magyar Tudomány című lapban 1973-ban így fogalmazott meg: „Matematikusi pályára jutásom módja is azt mutatja, hogy milyen nagy felelősség hárul minden pedagógusra mind az általános és a középiskolában, mind az egyetemen."

Az oktatásban elsősorban persze magához igényes és szigorú. Hogy megkönnyítse az anyag elsajátítását, színvonalas jegyzetet írt analízisből; amikor megbízták a Halmazelmélet és Matematikai Logika tanszék vezetésével, akkor a tanszék főkollégiumának előadását nem adta ki „albérletbe" valakinek, hanem — bár kutatási, ill. addigi oktatási területeihez távol állt — ő maga vállalkozott az előadásra. Amikor az Analízis Tanszék vezetését átvette, akkor a tanárszakosoknak előadta a Funkcionálanalízis című tárgyat (ezt sem adta elő korábban), jegyzetet írt, hogy ezzel is segítse a tárgy jobb elsajátíthatóságát. Pontosságot, precízséget kíván a hallgatóktól, ő utána már nem lehet bemenni a terembe (azt talán le sem kell írni, hogy közel 40 év alatt, állítom, hogy öt percet sem késett órájáról, s természetesen tovább sem tartott egy órát egy perccel sem). A tanulmányi és vizsgaszabályzat minden pontját kínosan betartja és betartatja, aminek sok hallgató ötven forintja bánja kárát. Ezzel akarja a rendre, a fegyelemre szoktatni a leendő pedagógusokat, fizikusokat, matematikusokat. De önmagához is ilyen igényes minden tekintetben. Előfordult néhányszor, hogy rosszkedvűen, dühösen jött le az előadásról és panaszkodott, hogy milyen „hibát" vétett az egyik tétel bizonyításánál. Állítom, hogy bármelyik kollegája (elsősorban itt persze magamról beszélek) legalább 10 ilyen „hibát" elkövet minden előadáson s kijavítja és utána rá sem hederít — „mindenkivel előfordul" mottóval már el is felejti, mire leér a szobájába. Ugyanis ezek puszta jelölésbeli elírások vagy egész triviális, megértést nem befolyásoló félreírások. De ő ebbe félig belebetegszik.

Nagyon sok elégtelent kiosztott már, de azt hiszem, hogy azt csak én tudom, mint közvetlen szobatársa, hogy egy-egy ilyen vizsganap mennyire megviseli. Szinte lerogy a dolgozószobájában a székre és panaszkodik: „Mit kellene másképp csinálni? Hol a hiba? Miért nem készülnek jobban fel? Most adjak mindenkinek kettest, annak is aki nem érdemli meg? De akkor milyen tanárok lesznek ezek? Akkor bűnt követünk el a jövő generáció tanítása szempontjából." Ilyen és hasonló gondolatok foglalkoztatják napokig egy-egy sikertelen nap után. Nem viszi rá a lelkiismeret, hogy egy hallgatónak is — meggyőződése ellenére — jobb jegyet adjon, mint amilyet az megérdemel. A színvonalból nem szabad engednünk egy cseppet sem — vallja. S azt hiszem ebben mélységesen igaza van.

Pedagógusi tevékenysége szorosan összekapcsolódik tudományos nevelő munkájával is. Fiatal tanárként — 1963-ban az érdeklődő hallgatóknak szakkört szervezett (hetente egy estét vett igénybe), s az approximációelmélet egyes kérdéseiről adott ki fejezeteket egy könyvből, és azt a hallgatók feldolgozták és szeminárium szerűen előadták. Azt hiszem, hogy Szalay István barátom nevében is mondhatom, hogy tudományos pályánk szempontjából igen szerencsés volt, hogy mi ebben részt vehettünk. Kettőnkön kívül még tanítványának vallhatja magát Totik Vilmos barátom is, de azt hiszem rajtunk kívül igen sok magyar és külföldi matematikus kapott tőle 1-2 problémát, egy-két indító, buzdító ötletet, ami elindította őket az analízis ő általa művelt szép területein. Hogy milyen módon irányít tudományosan, arról már beszéltem. Lezárva ezt a kérdést, talán annyit még meg kell jegyeznem, hogy e vonatkozásban is igen igényes, semmi „lazítást" vagy „nagyvonalúságot" nem enged meg, s pl. az általa lektorált vagy véleményezett tudományos cikkek elbírálásánál nincs különbség barát, kollega vagy „idegen" között; egyaránt preciz, szinvonalas munkát követel.

Mielőtt tudományos munkásságára rátérnék, életének egy jelentős „szeletéről" az ún. *közéleti tevékenységéről* kell beszélnem. Az életrajzi felsorolás tartalmazza, hogy milyen széles skálán mozogtak ilyen jellegű megbízatásai. .Hogy hogyan igyekezett megfelelni az elvárásoknak, amit az emberek egy-egy vezető beosztás során tőle elvártak, azt talán legjobban azok a mondatok fejezik ki, amelyeket Szőkefalvi-Nagy Béla professzor mondott a JATE TTK Kari Tanácsának nevében, amikor megköszönte Leindler professzor három éven át végzett dékáni munkáját (csak egy-két mondatot idézek a több mint másfél oldal terjedelmű értékelésből; amely a Tanács 1975. június 27-i IV. rendes kari tanácsülésének jegyzőkönyvében található):

„Leindler professzor dékáni megbízatásának mindhárom évében, ezek minden napján megtisztelő, de igen sok munkát, fáradtságot kívánó funkcióját fáradhatatlan energiával, céltudatossággal, bölcsességgel látta el, s méltó módon képviselte Karunkat az Egyetemen belül és kívül egyaránt. Mindnyájan tapasztaltuk Leindler professzor dékáni ügyintézésének határozottságát, egyértelműségét, gyorsaságát: csupa olyan erényt, amellyel sajnos általában lámpással keresve is ritkán találkozunk. Mint a Kar dékánjának, figyelme kiterjedt a Karon képviselt minden tudományterületre és oktatási egységre: a Kar egészének érdekét kereste és szolgálta, amikor méltányos egyensúlyra törekedett a természetszerűen néha különböző irányban jelentkező igények között. Kifelé a Kart, a Kar érdekeit határozottan, elvi megalapozottsággal képviselte. ... Elismerésre méltó az a nagy tapintatot és egyben határozottságot tanusító eljárás, amelyet Dékánunk a Kar vezető kádereinek kiválasztásában bevezetett és követett. Gondolok itt elsősorban a szakcsoport- és tanszékvezetők megbízásában kialakított Kari eljárásra és arra a nagy gondosságra, amellyel a Karon belül felnövekvő tehetséges és jól dolgozó fiatalok előrehaladását figyelemmel kísérte és támogatta, és szükség esetén, ha a személyi problémák a Karon belül nem látszottak kielégíthetően megoldhatónak, alkalmas személyeknek Karunkra való meghívását előmozdította. Mindez és még egyéb ok is feljogosít arra, hogy Leindler László professzornak dékáni tisztében végzett sokoldalú, nagy odaadást igénylő munkáját a magam — és meggyőződésem szerint Karunk minden tagja nevében is — nagyra értékeljem, s neki ezért a munkáért őszinte elismerésünket és köszönetünket fejezzem ki."

Tudományos munkássága részletezése előtt feltétlenül szólni kell arról, hogy egész tevékenységét áthatja a következő két lényeges momentum. Az egyik, hogy kiváló érzéke van ahhoz, hogy egy problémában meglássa az olyan jellegű *általánosítás* lehetőségét, amely a probléma lényegéből következik, de ugyanakkor az olyan legyen, amely az „ős-problémához" képest ad új, igen szép és érdekes további speciális eseteket. S ugyanakkor — amit szintén fontos kiemelni — ezek az általánosítások mindig olyanok, amelyek új ötleteket, az eredetiétől gyökeresen eltérő módszereket követelve további kutatásokhoz adnak újabb impulzusokat — elmélyítve, ill. továbbfejlesztve ezzel a kérdéses témakört. A másik kiemelendő vonás, hogy különös képességgel látja meg az egyes tételek által lefedett esetek mellett az ún. *határesetek* vizsgálatának lehetőségét, s szinte számtalan esetben dolgozott ki olyan bizonyítási eljárásokat, amelyekkel kezelni tudta ezeket — a sokszor évekig, évtizedekig megoldatlan — problémákat; s ami különösen érdekes — úgy, hogy önmagukban is nagy jelentőségű eredményeket, tételeket kapott.

Rátérve arra a — terjedelmi okok miatt szinte lehetetlen — feladatra, hogy kiemeljük tudományos tevékenységének főbb területeit, először azt az — ötödéves hallgató korában megoldott — problémát kell említeni, amivel szinte „berobbant" a Bolyai Intézet tudományos életébe, s amely az *ortogonális rendszerek* konvergenciájával kapcsolatos. Nevezetesen a következőről van szó. Tandori Károly professzor (akit mesterének, szakmai édesapjának tekint) mutatta meg, hogy azt a szorzót, amely azt adja meg, hogy milyen gyorsan kell az együtthatóknak nullához tartani, ahhoz, hogy a $\sum_{k=1}^{\infty} c_k\varphi_k(x)$ ortogonális sor esetében konvergenciáról beszélhessünk, már nem lehet tovább csökkenteni; D. E. Mensov orosz professzor (a moszkvai valós függvénytani iskola egyik világhírű megalapítója) viszont ilyen esetben adott olyan polinomrendszert, amely már nem konvergál. Leindler Lászlónak a fent említett dolgozatában sikerült ötvözni Tandori és Mensov idevonatkozó eredményeit. Az alapja ennek az az önmagában véve is nagyon érdekes tétel volt, hogy bármely ortogonális rendszerhez lehet találni olyan, polinomokból álló rendszert, amelynek tagjai tetszőleges előre adott hibánál kevesebbel térnek el az eredeti rendszer elemeitől. Nevezetesen a következő eredményről van szó:

Legyen $\{\varphi_n(x)\}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ az (a, b) intervallumon ortogonált függvényrendszer. Akkor bármely pozitív $\{\varepsilon_i\}$ $(i = 1, 2, \ldots)$ számsorozathoz és $\{N_i\}$ $(0 = N_0 < N_1 < \ldots < N_i < \ldots)$ indexsorozathoz megadható az (a, b) intervallumon ortonormált $\{P_n(x)\}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ polinomrendszer és mérhető halmazokból álló $\{G_i\}$ $(G_i \subset (a, b)$ $i = 1, 2, \ldots)$ sorozat oly módon, hogy a következő feltételek teljesülnek: minden $x \in \overline{G}_i$-re és minden n-re, amelyre $N_{i-1} < n \leq N_i$

$$|\varphi_n(x) - (-1)^{j_i(x)} P_n(x)| \leq \varepsilon_i \quad (j_i(x) = 0 \text{ vagy } 1)$$

és

$$\mu(G_i) \leq \varepsilon_i .$$

A $P_n(x)$ polinomok választhatók úgy, hogy

$$|P_n(x)| \leq 2 \sup_{a<x<b} (|\varphi_n(x)| + 1).$$

E tétel felhasználásával ortogonális sorok divergenciájára vonatkozó tételek úgy élesíthetők, hogy a divergencia-tulajdonsággal rendelkező függvényrendszerek polinomrendszerek legyenek.

Alexits György híres könyvében ezt így interpretálja: Nemrég Leindler mutatott egy alkalmas élesítését Mensov módszerének, ami durván azt jelenti, hogy azt állítja, hogy „Ha egy általános divergencia-tétel érvényes ortogonális sorokra, akkor létezik egy olyan sor, amely ortogonális polinomokból áll és amely hasonló divergencia-jelenséget mutat." Ezzel kapcsolatban kell megemlíteni, hogy pl. Mensov 80. születésnapja alkalmából a Moszkvai Egyetem Közleményeiben megjelent méltatásban Leindler Lászlót mint Mensov eredményeinek továbbfejlesztőjét említik meg.

Tudományos munkáinak jelentős része foglalkozik a *Fourier sorok erős approximációjával* (ebből a témából írt monográfiája 1985-ben jelent meg az Akadémiai Kiadónál „On strong approximation by Fourier series" címmel). Az eredetileg G. H. Hardy és J. E. Littlewood által szummációra felvetett, majd Alexits György (akit Leindler szakmai nagyapjának tekint — lévén Tandori professzor Alexits György tanítványa) által approximációra jelentősen továbbfejlesztett témában sikerült alapvető eredményeket kapnia arra vonatkozóan, hogy a Fourier sorok ún. erős közepeinek, azaz az

$$\left\{\frac{1}{(n+1)^\beta}\sum_{k=0}^{n}(k+1)^{\beta-1}|s_k(x)-f(x)|^p\right\}^{\frac{1}{p}}$$

típusú közepeknek (ahol $s_k(x)$ a Fourier-sor k-adik részletösszege, β, p pedig pozitív számok) a nagyságrendje milyen kapcsolatban van az egyes függvények ún. strukturális tulajdonságaival (pl. folytonossági modulusuk rendjével) vagy pl. trigonometrikus polinomokkal való legjobb megközelítésük nagyságrendjével. Ezen eredményeknél számomra az a leglenyűgözőbb, hogy szinte kivétel nélkül mindig tovább nem élesíthető tételeket bizonyít, és ezen tények (mármint az élesíthetetlenség) bizonyításánál ötletesebbnél ötletesebb (sokszor igen bonyolult, de ugyanakkor elemi) ellenpéldákkal dolgozik. Elsősorban neki köszönhető, hogy az erős approximáció kérdésköre egy önálló elméletté vált.

A következő (hozzám különösen közel álló) terület, ahol szintén jelentős és szép eredményeket ért el: az *egyenlőtlenségek*. Elég talán érzékeltetni az olvasóval az e téren elért eredményeinek hasznosíthatóságát azzal, hogy a klasszikusnak számító ún. Hardy–Littlewood féle,

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-c}\left(\sum_{k=1}^{n}a_k\right)^p \leq K\sum_{n=1}^{\infty} n^{-c}(n\cdot a_n)^p \qquad (p\geq 1,\ c>1,\ K \text{ konstans})$$

alakú egyenlőtlenségekben az n^{-c} sorozatot sikerült tetszőleges $\lambda_n \geq 0$ sorozattal helyettesítenie, továbbá igen eredményesen vizsgálta azt, hogy az

$\{a_n\}$ ill. $\{\lambda_n\}$ sorozatoknak milyen feltételeket kell kielégíteniük ahhoz, hogy fordított irányú egyenlőtlenségeket kapjon. Ezen túlmenően ebben a témában még feltétlenül meg kell említeni az ún. Hölder-féle egyenlőtlenség következő típusú megfordítását is:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sup_{x+y=t} f(x)g(y)dt \geq p^{1/p}q^{1/q}\|f\|_p \cdot \|g\|_q,$$

ahol is az egyenlőtlenség a $p^{1/p} \cdot q^{1/q}$ konstansra nézve éles.

További nagy terület az ún. *beágyazási tételek*. Ennek az a lényege, hogy ha egy függvény az L^p függvénytérben van, akkor pl. integrálfolytonossági modulusára milyen feltételt kell kiróni ahhoz, hogy a szűkebb L^q $(q > p)$ osztályba essen, azaz L^q-ba legyen „beágyazva" L^p egy részhalmaza. Ez a kérdés Hardy és Littlewood kiinduló kérdésfelvetése, továbbá P. L. Uljanov orosz professzor jelentős eredményei kapcsán éppen akkor foglalkoztatta a világhírű moszkvai matematikai iskolát, amikor Leindler László egy éves ún. Keldis ösztöndíjra kiutazott Moszkvába. Ott felvetettek neki egy fontos, számukra megoldatlan problémát (éppen bizonyos határeseteket illetően), s neki hamarosan sikerült úgy megoldani a kérdést, hogy a bizonyított eredmények jelentősen továbbfejlesztették a témát. (Például fontos speciális esetként éppen az L^p-ből $L^p \ln L$ osztályba való „beágyazási" problémát is megoldotta).

Befejezésül (természetesen a teljesség igénye nélkül) szólni kell még arról a jelentős területről, azokról a vizsgálatokról (amelyek akadémiai doktori disszertációjának fő témáját adják), amelyek során vizsgálta a Fourier-sorfejtések együtthatóira vonatkozó bizonyos *együttható*-feltételek és a kifejtett függvényre vonatkozó bizonyos *strukturális feltételek* közötti *ekvivalencia* kérdéseit. Ezen eredmények alapján számos, a Fourier-sorok konvergenciájára vonatkozó korábbi konvergencia-tétel egységes tárgyalása vált lehetővé és újabb kritériumokat nyert Fourier-sorok konvergenciájára, valamint szummálhatóságára is. Ebből a témakörből az egyik fontos eredményét idézzük. Nevezetesen: 1926-ban Plessner bizonyította az együttható és strukturális feltételek ekvivalenciájára vonatkozóan, hogy

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)\ln n < \infty \Longleftrightarrow \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{[f(x+t)-f(x-t)]^2}{t}dtdx < \infty.$$

Később Marcinkiewicz, Alexits, Stečkin, Uljanov sok irányban általánosították ezt a tételt.

A már említett doktori disszertáció fő tétele ennek a Plessner-féle ekvivalencia tételnek egy új irányú, a korábbi általánosításoktól alapvetően különböző általánosítása, amely azonban speciális esetként annak több általánosítását tartalmazza, és számos új, említésre érdemes állítás könnyen levezethető belőle. (Speciális esetekként adódik: pl. Stečkin; O. Szász; Salem; Bernstein; Zygmund; Wiener; Uljanov; Alexits–Králik; Hardy; Weyl megfelelő eredménye.) Maga a főtétel a következőképpen szól:

Legyen $\lambda(x)$ $(x \geq 1)$ pozitív függvény, amelyre $x^{-2}\lambda(x)\uparrow$, továbbá

$$\sum_{n=m}^{\infty} \frac{1}{n^{\beta}\lambda(n)} \leq K \cdot \frac{1}{m^{\beta-1}\lambda(m)} \qquad (\beta > 0).$$

Ha $0 < \beta \leq 2$, akkor a következő feltételek ekvivalensek:

$$\int_0^1 \frac{1}{t^2\lambda\left(\frac{1}{t}\right)} \left(\int_0^{2\pi} [f(x+t) - f(x-t)]^2 dx\right)^{\beta/2} dt < \infty,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda(n)} \Omega\left(\frac{1}{n}, f\right)^{\beta} < \infty$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda(n)} E_n^{\beta}(2) < \infty,$$

ahol $\Omega(\delta, f)$ bizonyos integrálfolytonossági modulus, $E_n(2)$ pedig a trigonometrikus polinomokkal való legjobb megközelítés.

Kedves Olvasó!

Végére értem Leindler László 60. születésnapján való „bemutatásának”, ami persze — terjedelmi okokból — korántsem teljes. Majd a 70. születésnapra folytatom, remélve, hogy akkor legalább ilyen terjedelmű írást foglalnak el csak azok az eredményei, amit addig mostantól kezdve elér. Ehhez kívánok neki a Polygon minden kedves olvasója, kollégái, tanítványai nevében is sok erőt, egészséget, egyéni boldogságot családja, kollégái körében. Boldog Születésnapot!

FORRÁSMUNKÁK

- Sulyok Erzsébet: Aranymosás (beszélgetés szegedi akadémikusokkal) (1995)
- Magyar Tudomány (1973; 10. szám)
- Képes Újság (1973; 42. szám)
- Totik Vilmos: *A tribute to Károly Tandori and László Leindler* (Acta Sci. Math. (Szeged) **60** (1995)
- Szeged Magazin (1992)
- újságcikkek, kitüntetési előterjesztések, jegyzőkönyvek.

Németh József, JATE, Bolyai Intézet