

Neumann János „Hazánk legnagyobb Jancsija”

VARGA ANTAL

Kilencven éve született, s majd négy évtizede halott a huszadik század egyik legnagyobb matematikusa és az első közé tartozó fizikusa, margittai Neumann János. Szeretett tanára, Fejér Lipót „hazánk legnagyobb Jancsijának” nevezte, s ő egész életében Jancsi maradt, aki alapvetően pragmatikus szemléletű ember volt.

Norman Macrea, ki megírta Neumann életrajzát (1992), hosszan elemzi a századeleji magyar csoda gyökereit: „...a század elején Budapest volt Európa leggyorsabban fejlődő metropolisza. Ez a város tudósok, művészek és leendő milliommosok olyan seregét produkálta, amely csak az itáliai reneszánsz városállamaihoz fogható.” Wigner Jenőt meg is kérdezte a szerző, hogyan lehet, hogy egyetlen emberöltő alatt Budapest annyi lángelmét adott az emberiségnek? Wigner, hogy Neumann-nak az említettekhez viszonyított nagyságát is érzékeltetni tudja, így válaszolt: „Nem értem a kérdést. Csak egyetlen lángelme született itt: Neumann János. . .” Macrea arra a következtetésre jut, hogy: „... 1890 és 1930 között a pesti gimnáziumok kétségtelenül a történelem legeredményesebb gimnáziumai voltak...” [1]. Ha figyelembe vesszük azt, hogy a Riesz fivérek a győri gimnáziumból, Fejér Lipót a pécsiből vagy Egerváry Jenő a debreceni középiskolából került a „palettára” — hogy csak néhány matematikust említsünk —, a vidéki középiskolák sem maradhatnak ki a dicsőségből.

Találóan mutatott rá Marx György egy előadásában [2] e ritka jelenség gyökereire: „Gondolatok virágzását különösen serkentheti az ideológiák sokfélesége, a vélemények ütközése. Aligha volt hazánkban változóbb az időjárás, mint a századelőn, amikor császárság és köztársaság, parlamentarizmus és proletárdiktatúra, feudalizmus és ipari forradalom, dzsentrikrokrácia és kötelező közoktatás, imperialista hadüzenet és idegen katonai megszállás, emancipáció és numerus clausus követték egymást szédületes

sebességgel. Ezek voltak a nagy nemzedék iskolaévei.” Mi mást adhatott a kis ország tehetséges fiainak? A feltűnő és elbukó ideológiák kritikai szemléletét, a tekintélyek agnosztikus elvetését, vad asszociációkat. Ezért hívják őket „őrült magyaroknak”, akiknek olyan ötletei támadnak, amelyekre más józan ember nem is gondol. Monod Nobel-díjas biokémikus, aki több magyar tudóssal kutatott, és tartott fenn barátságot, megjegyezte: „Le kellene zárni a magyar határt, nehogy még több tudós jöjjön ki, s őrítse meg az egész nyugati tudóstársadalmat.”

Az a bizonyos „változó időjárás” sokukat elsodorta, új hazába kényszerítette, de soha nem feledték, honnét indultak, és mindig vállalták magyar-ságukat [3].

Neumann János 1903. december 28-án Budapesten született, apja Neumann Miksa, ki ipari és kereskedelmi ügyekkel foglalkozó ügyvéd, később bankár lett. Tagja annak a „régí gárdának”, akik az első világháború utáni magyarországi ipari fejlődés vezetői voltak. Anyja Kann Margit. Hárman voltak testvérek, János, Mihály és Miklós. Mihály mérnök, ki Chicagóban, Miklós jogász, ő Philadelphiában él. Az apa Széll Kálmánnak a miniszterelnöksége alatt a gazdasági tanácsadója volt, amiért 1913-ban a császártól örökölhető nemesi címet kapott, azóta margittai Neumann Miksa néven szerepelt (valószínűleg a feleség keresztnéből ered a margittai előnév). Így lett Neumann margittai Neumann János, illetve „John Neumann von Margitta”. Csak később, a német nyelvű könyvkiadók „tették” „von Neumann”-ná. Az elemi iskolát magánúton végezte, ez is befolyásolta, hogy született tehetsége oly gyorsan tudott kibontakozni, amit tovább fokozott az a „családi tudományos műhely”, amelyet a család, a művelt rokonság és a család barátai alakítottak ki maguk körül. Itt egyenrangú fél volt felnőtt, gyerek egyaránt. Neumannra legnagyobb hatást apja gyakorolta — a rokonok szerint tehetségét tőle örökölte —, nem volt ritka, hogy a 6 éves Jancsi vacsora közben apjával görögül társalgott. Egyébként a gyerekek korán el-sajátították a német és a francia nyelvet, így sok mindent eredetiben tudtak olvasni. Az idegennyelvi követelmények mellett két dolog volt még alapvető, ami aztán tradíció lett a Neumann családban mind itthon, mind külhonban. Az anyanyelv tisztaságának megőrzése és a magyar kulturális hagyaték ápolása. Az elsőre bizonyíték a 4 éve itthon járt Neumann Miklós előadása, ki ma is csodálatos tisztasággal beszéli nyelvünket. A másodikra az előadásban említett két példája: „... A nemeuklideszi geometriával kapcsolatban János mindig Bolyai nevét említette elsőnek. Ha mások csak Riemann vagy Lobacsevszkijt említették, János azonnal hozzáfűzte Bolyait...” Ugyancsak

sokkal később, princetoni társadalmi környezetben az 1930—40-es években János gyakran kritizálta a jelenlévők hiányos ismereteit magyar kérdésekkel kapcsolatban. Pl. hogyha mások meglepetéssel, csodálkozva fedezték fel, hogy milyen sok kiváló, híres magyar létezett, János így reagált: „Hát persze, nemcsak a nagy hollywoodi nevek, mint Lukács Pál vagy Bánky Vilma, hanem Liszt Ferenc és Semmelweis is, sőt: Két Bolyai és két Eötvös! ...” [4]

1913-ban került a Fasori Evangélikus Gimnáziumba. Problémamegoldó és csodálatosan gyors felfogóképességét hamar észrevette kiváló matematikatanára, Rátz László, aki külön foglalkozott Neumann-nal. Majd amikor észrevette, hogy ő már igazán nem tudja hatékonyan segíteni, Kürschák professzorhoz, a Műgyetem tanárához fordult segítségért. Ő a Neumann-nál 6-7 évvel idősebb Szegő Gábort kérte meg, hogy foglalkozzon a fiúval.

Mikor Szegőt megkérdezték egy pesti tv-riportban, hogy a Szegő-Neumann kapcsolat korrepetálással kezdődött-e, Szegő így válaszolt: „Ez tévedés. Naív dolog lenne azt állítani, hogy én őt tanítottam. Neumann-nak erre nem volt szüksége. Ő az evangélikus gimnáziumba járt. Neumann az az ember volt, már fiatal diák korában is, akinek nem volt szüksége arra, hogy valamire is megtanítsák. Egyszer Kürschák professzor a Műgyetemre behívott magához, és közölte velem, hogy van itt egy feltűnően tehetséges diák, akit mindenki nagyon bámul. Hajlandó lennék-e foglalkozni vele? Így történt, hogy hetenként egyszer-kétszer összejöttünk Neumann-nal, teáztunk, matematikáról beszélgettünk, hogy milyen problémák léteznek a halmazelméletben, integrálméletben és más témakörökben. Neumann pillanatokat alatt felfogta a dolgok jelentőségét, s egy hét múlva már kész, saját eredményekkel állt elő. Hangsúlyozom, hogy Neumann-nak senkitől sem kellett tanulnia! Fekete Mihály foglalkozott még egy ideig Neumann-nal, de szintén hasonló módon. Fekete — későbbi visszaemlékezéseiben — túlértékelte saját szerepét Neumann János tudományos életében.” Szegő Gábor és Neumann édesapja között is szívélyes kapcsolat alakult ki. ([5], [6]). Azt, hogy Neumann ekkorra már kész matematikus — a fentiekén túl —, abból is látszik, hogy Rátz tanár úr nem a szokásos „KÖMAL-os” útra terelte — mint sok más diákját —, hanem jeles matematikusok figyelmébe ajánlotta. Felmerül a kérdés, honnan ered Neumann tudományos fogalmainak kialakulási háttere, amely nem szűkíthető le csak a matematikára, továbbmenve, csak az egzakt tudományokra, mivel ezzel együtt alakult ki benne egy filozófiai és erkölcsi fogalmi háttér is, amely fogalmak aztán később megint megjelennek az érett tudós munkáiban, tevékenységében. A

pragmatikus szemléletű Neumann János esetében nincs szó egységes filozófiai szemléletről. Filozófiai kifejlődésének háttere az iskolai és az ifjúkori családi környezet. Öccse, Miklós is a Fasori Evangélikus Főgimnáziumba járt, s az irodalmi tanulmányaikban alaposan tanulmányozták Goethe Faustját, amely mindkét fiúra olyan nagy hatást tett, hogy sokszor került otthon is a „családi tudományos műhely” terítékére, sokszor képezte elemzésük tárgyát, melynek szelleme mélyen ivódott beléjük, és meghatározó lett a későbbiekre. Neumann filozófiáját Goethe jelentette. A két fivér Goethe alapján úgy okoskodott, hogy nem áll módjukban a természet megnyilvánulásai mögött szereplő egységesítő erőket megismerni, csupán a rendelkezésre álló eszközökkel magyarázni. Neumann ezt különféle módokon tette. Az atomok belsejének rejtélyeit a kvantummechanika segítségével, a központi idegrendszert a számítógépek logikájának analógiája útján, a genetika és az öröklés titkait az önreprodukáló automaták elméletével stb.

Az egzakt tudományok megállapításai matematikai természetűek — ezek a tudományok a kész matematika eredményeinek hasznélvezői —, a mechanika készen kapta az integrál- és differenciálszámítást, a relativitáselmélet a Bolyai—Lobacsevszkij—Riemann-geometriát, a kvantummechanika a Hilbert-térben értelmezett operátorok elméletét stb. Ezekből valaki annyit tud elsajátítani, amennyit a matematikai képzettsége megenged.

Ha Neumann filozófiáját tekintjük, az a későbbiekben — a fentiek miatt — úgy változott: ha nincs elég eszközöd „a természet megnyilvánulásai mögött szereplő egységesítő erők megismeréséhez”, teremtsd meg!

Neumann sokoldalúságának kialakulását fokozta az is, hogy apja sokszor beszélt otthon a gyermekeknek szakmájáról, annak elméleti alapjairól, mindezek megjelenéséről, a hitelminősítések kamatairól és lehetőségeinek megítéléséről. Azonban beszélt az ipari vállalkozásainak műszaki hátteréről is. Aztán így jutottak el a különböző foglalkozások elméleti alapjaihoz. Két példa (a testvér magyarországi előadásából, illetve interjújából): „... Ha egy sajtóvállalkozásról volt szó, akkor betűtípusmintákat hozott haza, s a könyvnyomda gépezeteit tárgyaltuk. Ha egy textilvállalatról volt szó, például a Hungária Jacquart Textilszövő Gyárról, akkor a társalgás a Jacquard automatikus szövőszékének modernizálásához vezetett...”

Szegő Gábortól tudjuk (ekkor Neumann János még 20 éves sem volt), hogy „... az apa valahányszor egy üzleti szerződést kötött, mindig megmutatta Jánosnak, aki mindig tett valami konstruktív javaslatot, aminek jó hasznát vették. De ilyen családi beszélgetések során más témák is terítékre kerültek: politika, pszichológia, biológia, ... színház, művészet és irodalom.”

Ízelítőül álljon itt megint Neumann Miklós visszaemlékezése: „... Ide tartozik például az annak idején új pszichoanalízis megbeszélése. Ehhez nagyban hozzájárult közeli rokonuknak, Ferenczi Sándornak, Freud legismertebb magyarországi tanítványának jelenléte a családi körben. Ez János későbbi tanulmányaira is hathatott, az agyvelő és általában a központi idegrendszer működésével kapcsolatban.

Középiskolai tanulmányainkból emlékezünk arra, hogy a szem renehártyáján (retinán) lévő fényérzékeny receptorok olyan szerepet játszanak, mint az ezüstszemcsék a fotonegatív filmen, vagyis egy részletes kép van vetítve a retinára. János mindjárt megjegyezte, hogy talán ez nem ilyen egyszerű, mert a retina csak mintákat tud rögzíteni, de nem teljes képeket. S aztán rámutatott arra a meglepő tényre, hogy míg az ember alkotta kapcsolótáblákon a vezetőkötegek hátrafelé irányulnak, a retinán azok előre haladnak, egy áttetsző közegben, mielőtt visszafordulnának, és az optikai ideg útján hagyják el a szemet.

Egy másik ilyen beszélgetés egy összehasonlítás volt: míg a fülnél lát- szólag lineáris bemenetről van szó, addig a szemnél többdimenziós vagy területi bemenet az eset. De János itt is felhívta a figyelmünket arra, hogy ez megtévesztő lehet, minthogy a csigáját (cochlea) nem csupán a változó hangfrekvenciák sorozatát rögzíti, hanem a bennünket körülvevő hangvilág más tulajdonságait is. . .”

Nem csoda, hogy Neumann ismerősei azt tartották benne a legkellemesebbnek és legmeglepőbbnek, hogy ő minden iránt nyitott és érdeklődő volt, hogy mindent rögtön megértett. Az illető még be sem tudta fejezni a kérdő mondatot, amikor már látni lehetett rajta, hogy ő már a választ is tudja, de soha közbe nem szólt.

Neumann János 1921-ben érettségizett, ekkor már ismert és elismert matematikusnak számít, és szoros szakmai és baráti kapcsolatban áll több neves matematikussal. Ebben az évben jelenik meg első publikációja (Fekete Mihállyal). Atyai barátság köti Fejér Lipóthoz, későbbi levelezéseiben „hálás tanítványként” írja alá leveleit, a hozzá való ragaszkodása ezekből mindig kiérződik. Fejér Lipót hagyatékában talált fogalmazványából, mely 1921. augusztus 11-i keltezésű, kiderül, hogy már „...öt éve foglalkozik magasabb matematikával. . .” [7]. Ha valaki Fejér feljegyzését kétkedve fogadná, annak elmondhatjuk, hogy Neumann 8 évesen már jól ismerte a differenciál- és integrálszámítást, 12 éves korában olvasta és megértette Emil Borel *Théorie des Fonctions* című könyvét.

Itt ki kell térni Norman Macrea könyvének egy tévedésére, aki Neumann-nak adományozza az Eötvös matematikai verseny első helyét, az Eötvös-érmét. Tévedése Kármán Tódor 1967-ben megjelent önéletrajzi írásából eredhet. „... Minden évben Eötvös-díjat ítéltek oda a matematikában és tudományos gondolkodásban kiváló tanulóknak. . . A hazájukat elhagyott magyar tudósok fele szintén elnyerte az Eötvös-díjat: Teller Ede, Szilárd Leó, Pólya György, Neumann János. Neumann és köztem 20 év a korkülönbség, ebből megítélhető a verseny folyamatossága.”[8] Az Eötvös versenyek 1919, 1920 és 1921-ben szüneteltek, ezért nem kaphatott Neumann Eötvös-díjat, nem nehéz elképzelni, hogy ellenkező esetben Neumann és Wigner nevével is találkozhatnánk az impozáns névsorban.

Neumann gimnazista korában sok minden iránt érdeklődött, de szívéhez a matematika állt legközelebb, így nem csoda, hogy matematikusnak készült. Az apa azonban anyagi okokból biztosabb pályát szánt fiának. Ennek érvényt is próbált szerezni. Megkérte Kármánt, hogy beszélje le fiát a matematikáról, és kikérte javaslatát. Kármán a kémiát javasolta. Édesapja kiutazott Szegőhöz Berlinbe. „... Ez valóban furcsa ügy. Neumann édesapja eljött Berlinbe — meglehetősen hiú ember volt —, és azt mondta, hogy az ő apai törekvése, hogy Neumann János jól kereső emberré váljon, s mivel Magyarországon nem tanítottak vegyészetet, hát elküldi Zürichbe. . .” Végül Neumann úgy egyezett ki apjával, hogy beiratkozik Berlinben kémiára, és ezzel párhuzamosan a budapesti tudományegyetemre matematikára. Így lett Neumann az 1921/22. tanév első félévétől — Budapesten — a matematika-fizika szak rendes hallgatója, és 1925. július 11-i keltezésel megkapta az abszolutóriumot. 1921—23 között Berlinben, 1923—25-ig Zürichben tanult kémiát, ahol matematikát is hallgatott. Zürichben matematikatanárai voltak többek között Hermann Weyl és Pólya György. Neumannban nemcsak jeles tanárai hagytak mély nyomot, hanem ez fordítva is elmondható. „Ő volt az egyetlen diákom, akitől félttem. Nagyon gyors volt. Egy szemináriumot tartottam haladó diákok számára Zürichben, amelyen Neumann is részt vett. Egy bizonyos tételhez érve megjegyeztem, hogy ez még nem bizonyított, és lehet, hogy nehéz a bizonyítása. Neumann nem szólt egy szót sem, de öt perc múlva jelentkezett. Amikor felszólítottam, akkor a táblához ment, és felírta a bizonyítást. Ettől kezdve félttem tőle.” — emlékezett vissza volt diákjára Pólya György [9]. 1926-ban szerzett vegyészmérnöki diplomát Zürichben, és ugyanebben az évben doktorált matematikából Budapesten Fejér Lipótnál. Doktori disszertációjának címe: „Az általános halmazelmélet axiomatikus felépítése”. (Doktori disszertáció,

Tud. Egy. Budapest, I. 18. 1926). Persze 1921 és 1925 között csupán formálisan volt a budapesti egyetem hallgatója. Az, hogy a külföldi egyetemek téli és nyári szemeszterekre osztották az egyetemi tanévet, lehetőséget nyitott arra, hogy az őt érdeklő itthoni előadásokat, pl. Fejér néhány előadását hallgasssa, és részt vegyen a híres, Fejér vezette matematikus kirándulásokon, Fejér kávéházi összejövetelein. Kalmár professzortól tudom, hogy az itthoniak is sokat profitáltak az ilyen „hazalátogatásokból”, pl. Kalmár tőle hallott először a matematikai logikáról. Kellemes társalgó volt, bármely témáról szívesen cserélt eszmét. Egyetemista korában ismerte meg Hilbertet. Egyszer egy vacsorán valószínűleg Weyl szervezte úgy, hogy Neumann Hilbert és ő közé kerüljön. Neumann, akinek akkor már világos fogalmai voltak a Hilbert-féle elméletekről, a matematika alapjairól, beszélt erről Hilbertnek, és az nagyon meglepte a nagy matematikust. Hilbert 1925 májusában Neumann-nak göttingeni meghívást ajánlott. Doktori szigorlata után — a Nemzetközi Nevelési Bizottság ösztöndíjasaként — 1926 téli szemeszterén Göttingenben kutatott. 1927-ben habilitációs kérelmet nyújtott be a Berliini Egyetemre. Kérelmét november 17-én egyhangúlag elfogadta egy olyan bizottság, melynek két matematikus tagja Bieberbach és Mises volt, a fizikusok és kémikusok között három Nobel-díjas, Planck, Laue és Nernst foglalt helyet. Javaslattevők Schur és E. Schmidt matematikusok voltak, akik javaslatukat az addig nyomtatásban megjelent 12 dolgozat alapján tették meg. Habilitációs előadásának címe „Az axiomatikus módszer alkalmazása a mai matematikában”. Ez alapján lett a 24 éves Neumann a Berliini Egyetem matematikai tanszékének egyetemi magántanára. Eredményei már ekkor nagy feltűnést keltettek egy, a lengyelországi Lvovban (ekkor még a lengyelekhez tartozott) rendezett nemzetközi matematikai kongresszuson, a hallgatóságnak „fiatal zseniként” mutatták be [10].

Neumann első — Fekete Mihállyal közös — cikke a komplex együtthatós polinomok gyökeinek elhelyezkedésével foglalkozik. Munkásságának 1922 és 1930 közötti időszakában a halmazelmélet, a bizonyításelmélet és a kvantummechanika foglalkoztatta. Mikor Neumann János első cikke megjelent a halmazelmületről, a halmazelmélet axiomatizálása még kialakulóban volt. A halmazelmélet első axiómarendszere Zermelotól származik. Ezt Fraenkel egészítette ki megfelelő tágasságúvá, amelynek még így is maradtak jócskán fogyatékok. Például két axióma, a részhalmaz-axióma és a pótlás-axióma, ezek igaziból axióma-sémák, melyek megszámlálhatóan végtelen sok különböző axiómát jelentenek. Azonkívül a pótlás-axióma által

biztosított függvényfogalomnál egy általánosabb függvényfogalom definiálására volt szükség. Neumann első halmazelméleti tárgyú cikkében — amely a szegedi Acta első számában jelent meg — sikerült megalkotni a Zermelo—Fraenkel (a továbbiakban Z.—F.) axiómarendszer alapfogalmai, axiómái segítségével a rendszám fogalmát és ezen keresztül a számosság elméletét. Ez alapján lehetővé vált Fraenkelnek az általánosabb függvényfogalmat megadni. Mire Neumann második halmazelméleti témájú cikkében bebizonyítja, hogy a Fraenkel által megadott függvényfogalom még nem elég általános, és azt egy kissé változtatni kell, hogy végleges formát ölthessen. Ezzel lényegében befejezettnek tekinthető a halmazelmélet Z.—F.-féle axiómarendszer alapján történő felépítése. Mivel Neumann Z.—F. rendszerével nem volt „elégedett”, egy új axiómarendszer felépítését tűzte ki célul. Ő egészen új gondolatot vitt a halmazelmélet axiomatizálásába, nem a halmaz fogalmát korlátozta, hanem a halmazelmélet másik alapfogalmát, az „elemének lenni” relációt. A „túl tág”, azaz az összes dolgok osztályára leképező osztályok nem szerepelhetnek elemként. Ezzel elérte, hogy a halmazelméletet sikerült neki véges sok axiómából felépíteni, ami abból következik, hogy axiómarendszere nem halmazokra, hanem függvényekre, a halmazok karakterisztikus függvényére vonatkozik. Így ő — König Gyula nyomán — nem a halmaz, hanem a függvény fogalmát axiomatizálja. Doktori disszertációjában már meg is adott egy ilyen axiómarendszert, amit 1929-ben németül is publikált.

A Neumann-féle axiómarendszernek is maradtak szépséghibái, de gondolatai az időközben — Bernays és Gödel munkája nyomán — kialakult axiómarendszerben alapul szolgálnak, pl. hogy az axiómarendszer végesen axiomatizálható [10]. Neumann — Hilbert hatására — lelkesen kapcsolódott be Hilbertnek a matematika megalapozását célzó nagy programjába. A „naív” halmazelméletben fellépő ellentmondásokra megszületett a halmazelmélet axiomatikus formája. Mindez felvetette annak kérdését is, hogy vajon ellentmondástalan-e a matematika. Hilbert programjának az volt a célja, hogy ezt tisztázza. Neumann 1927-ben a Math. Zeitschr.-ben megjelent 46 oldalas híres dolgozatban a matematika ellentmondás-mentességéről szólt. Neumann ebben az időben azt sejtette, hogy matematikai analízis egészének konzisztenciáját be lehet bizonyítani. 1930-ban Kurt Gödel oszt rák matematikus megmutatta, hogy ez nem lehetséges, mégpedig úgy, hogy alkotott egy olyan tételt, ami igaz, de amelynek formális bizonyítása ellentmondásra vezet. Neumannt nagyon meglepte Gödel eredménye, ettől kezdve Gödelt a logika legnagyobb művelőjének tartotta Arisztotelész óta.

Egyszer kedves történetet mesélt magáról. A teljes megértéshez tudni kell, hogy Neumann, ha egy problémán dolgozott, ahhoz szívósan ragaszkodott. Mikor egy egész napi munka után ágyba bújt — nagyon gyakran egész éjjel ébren maradt —, a probléma megoldásán töprengett. A fent említett esetben azon fáradozott, hogy éppen az ellenkezőjét bizonyítsa be annak, amit végül Gödel kapott, de nem sikerült. Egyik éjjel aztán megálmodta, hogyan lehet az egyik felmerült nehézséggel megbirkózni. Fölkelt, odament az íróasztalához és leírta. Lényegesen tovább jutott a bizonyításban, de nem tudta befejezni. Reggel ismét támadásba lendült, most sem jutott a végére. Aznap éjszaka megint álmodott. Ismét megtalálta a helyes utat, de amikor felkelt és leírta, észrevette, hogy a bizonyítás még mindig nem teljes. A történetét aztán így fejezte be: „milyen szerencséje van a matematikának, hogy a harmadik éjszaka nem álmodtam” [11]. Többen úgy vélik, hogy ifjonti lelkesedését a tiszta matematika iránt ez törte meg. Azt gondolom, ha csak az ebben az időszakban megjelent publikációit nézzük, a témaváltást inkább a göttingeni fizikai intézetben történt dolgok indukálták. Ekkortájt született meg a kvantummechanika, mégpedig kétféle értelmezésben, Schrödinger hullámfüggvényekkel, Heisenberg mátrixokkal értelmezte. Schrödingert riasztotta Heisenberg algebrája, Heisenberg pedig gusztustalannak tartotta Schrödinger elektron-pacnijait. Az idős Hilbert az ekkor 26 esztendőös Neumannra bízta, derítse ki, hogy mi köze egymáshoz a két kvantummechanikának. Neumann a professzorának egy feljegyzést adott át, melyben a kettő ekvivalenciáját mutatta ki. Ebben az időben (1927) Neumann-nak több dolgozata jelent meg a kvantumelmélet és a statisztikus kvantummechanika valószínűségi értelmezésének matematikai megalapozásáról. Később (1936) G. Birkhoff-fal együtt megvetették a kvantumlogika alapjait, melyben a Hilbert-tér altérhalmazait algebrai és logikai szempontból vizsgálták, illetve kimutatták kapcsolatát a hálóelmélettel. 1932-ben jelent meg szakmai körökben nagy feltűnést keltő könyve: „A kvantummechanika matematikai alapjai” címen. Könyvében szilárd matematikai alapokat teremt a kvantummechanika számára. Következétesen kitart amellett, hogy az atomi rendszerek állapotainak leírása a Hilbert-tér vektorai által, a rendszerekkel kapcsolatos fizikai mennyiségek leírása pedig a Hilbert-tér (Hilbert—Hellinger—Riesz F.—E. Schmidt révén kiterjesztett) nem korlátos operátorai által történhet (matematikailag) a legalkalmasabb módon. Neumann ebben a munkájában is egy hatalmas, tiszta matematikai feladatot oldott meg fényes eredménnyel, a mai napig is maradandó módon [12].

Wigner Jenő nyilatkozta, hogy „Neumann-nak már a kvantumfizikában elért eredményei kiemelkedő helyet biztosítanak számára a jelen elméleti fizikájában”. 1929-ben a hamburgi egyetem magántanára lett, ugyanebben az évben egy szemeszterre vendégelőadói meghívást kapott Princetonba. Mielőtt 1930-ban kiutazott, hazajött, hogy feleségül vegye Köves Marietát. Az egy szemeszterre szóló meghívás után állást ajánlottak fel neki, és 1931-ben professzori kinevezést kapott. Az egyetemen belül 1930 májusában létrehozott Felsőfokú Tanulmányok Intézetének (Institute for Advanced Study) 1933-tól rendes tanára lett. A világhírű tanári karnak, melynek tagjai között találjuk többek között Einsteint, Herman Weylt, Wigner Jenőt, ő a legfiatalabb professzora. Az intézet célja a tudományos továbbképzés volt a már doktori fokozattal rendelkezők számára, és ezzel szakembereket adni a magas színvonalú kutatásokhoz. Az intézetbe „külsősök” is kaptak hosszabb-rövidebb időre meghívást az arra érdemesek közül a világ különböző tájairól.

Neumann a matematika, az elméleti fizika, a közgazdaság-tudomány, a számítógép-tudomány stb. területein tevékenykedett, munkásságában alapvető jelenség, hogy érdeklődését az egyik tárgykörben felvetődő problémák egy más területre terelik át. Továbbá a különböző alkalmazásoknál minden esetben magához az alapjelenséghez tér vissza, ha kell többször, hogy ismét fontolóra vegye a probléma matematikai megfogalmazását és az ennek során figyelmen kívül hagyott tényezőket. A kvantumelméleti vizsgálatai a Hilbert-terekre vonatkozó kutatásokra kényszerítették, mely révén egyik megalapozója lett a funkcionálanalízisnek. A végtelen dimenziós Hilbert-tereket ugyanolyan „polgárjoghoz” juttatta a matematikusok előtt, amilyenkorábban a véges dimenziós terek rendelkeztek.

Az 1930-as években már világhírű matematikus, amit a matematika alapjaira, a kvantumelméletre és az operátorelméletre vonatkozó mély eredményeivel alapozott meg. Paul Halmos, aki Princetonban asszisztense volt, cikkében [13] úgy vélekedett: „...még ezután következtek három közönséges karriernek elegendő elméleti matematikai eredményei...” Ekkor még nem szóltunk egyéb eredményeiről.

Korábban egy többé-kevésbé precíz tételt fogalmaztak meg a statisztikus mechanikában, amit ergod-hipotézisnek neveztek. B. O. Koopmann 1931-ben arra a szerencsés gondolatra jutott, hogy az ergod-hipotézisre vonatkozó precíz állítást a Hilbert-terek operátoraival lehet megfogalmazni. Éppen azzal az elmélettel, amivel Neumann precízzé tette a kvantummechanikát. Halmos szerint: Elképzelhető, hogyan reagált Neumann Koopmann

cikkére. Valahogy így: „Koopmann megjegyzése szerint az ergod-hipotézis nem más, mint egy, a Hilbert-térre vonatkozó tétel, és ha így van, be kell tudni bizonyítani. Lássuk csak...” Koopmann cikkének megjelenése után megfogalmazott és bebizonyított egy tételt, amit ma az unitér operátorok ergod-középérték tétele néven ismernek, ezzel sikerült bebizonyítani a statisztikus mechanika egy alapvető tételét. Úttörő a szerepe az ergodelmélet kiteljesedésében. Általánosan elismert, hogy Neumann tétele megelőzte és inspirálta az amerikai Birkhoff ergod-tételét. A harmincas évek közepéig több alapvető cikke jelent meg e témában. Az elmélethez Riesz Frigyes is fontos eredményeivel járult hozzá. Haar Alfréd 1933-ban (alapvető jelentőségű utolsó művében) bebizonyította egy bizonyos mérték létezését — ma a matematikában ezt Haar-mértéknek nevezik — úgynevezett topologikus csoportokra. Haar eredményét még a publikálás előtt megismerte Neumann, és azonnal látta, hogy erre van szükség Hilbert ötödik problémájának egy fontos, speciális esetre való megoldásához. A megoldást Neumann ugyanabban a folyóiratban, az *Annals of Mathematics* 34. kötetében jelentette meg, közvetlenül Haar cikke után. (Hilbert 1900-ban 23 problémát nevezett meg, rámutatva arra, hogy hol van szükség további kutatásokra. Ezek közül az egyik volt a fent említett.) A harmincas évek vége fele Neumann az ergodelmélet eredményeit az úgynevezett operátorgyűrűkre — ma ezeket Neumann-algebrának nevezik — alkalmazta kutatásaiban. Eredményei cikksorozatban jelentek meg, egy részük F. J. Murrvay-vel közös publikációk formájában. Ez nem más, mint az operátorelmélet „művészi” továbbfejlesztése, a véges dimenziós algebra sok ismert tételének általánosítása, mely a kvantumfizika leghatásosabb eszközévé forrta ki magát.

De ennek is adódott egy meglepő „mellékterméke”, amit Neumann folytonos geometriának nevezett el, ez nem más, mint a projektív geometriának a nem véges dimenziós esetre való kiterjesztése. Neumann észrevette, hogy a Hilbert-terek bizonyos altereinek a rendszere nagymértékben hasonlít egy projektív geometria összes lineáris altereinek rendszeréhez. De egy lényeges különbség is mutatkozott, az, hogy a projektív geometriában — mivel a dimenzió véges — minden altérláncc (ami a projektív geometria altereinek olyan $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ halmaza, amelyre $A_0 \subset A_1 \subset A_2 \subset \dots \subset A_n$ — itt „ $\subset$ ” valódi tartalmazást jelent — teljesül) hossza (a zárójelbe tett esetben n) véges korlát alatt marad. Neumann esetében ez általában nem teljesült. 1935-ben Birkhoffnak megjelent egy cikke, melyben a projektív geometriákat 6 axiómával sikerült leírnia. Ebben a VI. axióma az altérláncok hosszának korlátosságát mondja ki. Neumann elhagyta ezt az axiómát,

és a belőle levezethető két gyengébb, egy „teljességi” és egy „folytonossági” axiómával helyettesítette [14]. Neumann észrevette, hogy az így leírható ter-
tekhez olyan dimenziót rendelhet, mely folytonosan változhat, így értelmet
nyer például a $2/3$ dimenziós tér is.

Neumann a 40-es évektől kezdődően alkalmazott matematikával kezdett
foglalkozni. Bár egyértelműen nem dönthető el, hogy ez az alkalmazott ma-
tematika iránti érdeklődésének vagy a háborúnak köszönhető, de a jelek arra
utalnak, hogy ez inkább a számítógépek elméletéről támadt elképzelésének
tudható be. (Erről Bárány Nándor, a chicagói egyetem fizikaprofesszora
beszélt Budapesten 1982-ben, kinek Neumann beszélt erről.) Neumann-nak
az volt a véleménye, a pénz nem hátrány az életben, és nemcsak a magán-
életben, hanem a kutatásban sem. Abban az időben rendkívül érdekelték
a parciális differenciálegyenletek, amelyek nagyon érdekesek és fontosak a
legkülönbözőbb alkalmazások szempontjából, pl. hogy a folyadékok, a gázok,
a légkör mozgását leírják. A megoldásokkal kapcsolatos kérdések azonban
számítógépet igényelnek. Neumann-nak az az ötlete támadt, hogy ha ezek-
nek az egyenleteknek a tanulmányozásával az időjárás előrejelzését lehetne
megoldani, akkor ennek nagy hasznát vehetné az amerikai tengerészet is.

Ezért elment az amerikai tengerészet vezetőihez, és megkérdezte,
érdekelné-e őket ilyen irányú meteorológiai tanulmány, amihez azonban sok
pénzt igénylő számítógépek kellenének. Erre csak azt kérték, hogy mondja
meg, mennyi pénz kell, mert azonnal megadják. Meg is adták. Neumann
így tudta összekapcsolni az érdekeltséget és a tudományosan hasznost. Mi-
vel a számítógépek és az automaták minden szempontból érdekelték őt, és
meg akarta érteni az ezek által elvégzendő tevékenységek logikai összetevőit,
ezért gépet tervezett, épített és használt. Eközben (Herman H. Goldstine-
nal közös munkában) kialakította a programvezérlésű számítógépek mű-
ködésének azóta is érvényes fő elveit, miszerint a gép tervezésének egy
logikai-matematikai és egy ezt követő műszaki-elektronikus szakaszra kell
tagolódnia. A gép tevékenységéhez a kettes számrendszer és az eddigiek-
kel szakító forradalmian új módot, a belső programvezérlést javasolta. Ez
a gépek hatékonyságát hihetetlen módon megnövelte. Ehhez megadták a
gépek szerkezeti sémáját, melyek vezérlő egységre, aritmetikai egységre, tá-
roló egységre, bemenő és kimenő egységre tagolódtak. Ezen elvek alapján
készültek el a mai értelemben vett első számítógépek, a JOHNNIAC és az
EDYAC. (A JOHNNIAC nevet Neumann iránti tiszteletből adták a gépnek.)
Ilyen módon került kapcsolatba Neumann a hadsereggel, és az alkalmazott

matematika iránti érdeklődése tette őt felbecsülhetetlenül értékesé a hadtudományok számára, és így lett a hadikutatások tanácsadója és a kutatóhelyek „utazó” konzultánsa. Még mielőtt erről kissé bővebben beszélünk, szóljunk még egy fontos stratégiai területről, amely alapvetően Neumann nevével kapcsolható össze. Ez pedig a játékelmélet. Neumann 1926. december 7-én a Göttingeni Matematikai Társaságban tartott egy előadást a „Társasjátékok elmélete” címen. 1928-ban a *Math. Annalen* 100. kötetében megjelent *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele* című cikkében bebizonyította az úgynevezett mini-max tételt, ami az elmélet alappilléreét jelenti. Ennek részletes kidolgozását 1944-ben O. Morgensternnel közösen megjelentetett könyvükben dolgozták ki. Ebből nemcsak Neumann kombinatorikus képességeit ismerhetjük meg, hanem azokat az új szempontokat és új eszközöket is, amelyek szaktitást jelentenek a közgazdasági matematika azon módszereivel, ami a fizikára alkalmazott matematika szolgai másolását jelentette. A közgazdaságtan jövőjében a játékelméletet nehéz megjósolni. Vannak olyanok, akik szerint a művet „A huszadik század első felének legfontosabb tudományos eredményei közé fogják sorolni” [15]. Halmos szerint: „Ami a matematikát illeti, talán az, ami miatt a Morgenstern—Neumann-könyv 600 oldallal hosszabb az eredeti Neumann-cikkénél, csupán az a tárgyalás, ami szükséges az egyik tárgy bonyolult levezetéseinek egy másik tárgy konkrét részleteire való alkalmazásához.” Akármilyen is legyen, azóta is több helyen nyert alkalmazást a közgazdaságtanon kívül a politikában, nem beszélve arról, hogy ma a játékelmélet alkotja a futurologia alapjait is. A 40-es években Neumann a játékelméletet katonai stratégiai számításoknál alkalmazta eredményesen. A koreai háború idején (Teller elmondásából tudjuk [16]) Neumann stratégiai számításai alapján döntöttek úgy, hogy az USA nem indít háborút Kína ellen.

Neumann katonai tudományos tevékenységét a lőlapok számítógépes értékelésével kezdte, Los Alamos, Chicago és Aberdeen volt a hadikutatások három alapvető központja. Neumann többnyire Aberdeenben tartózkodott, ahol a katonai tüzelés pontosításában vett részt. Közben oda hívták, ahol problémák adódtak.

Az atombomba tervezésekor dilemmát okozott a tudósok között annak a veszélye, hogy esetleg nem jön létre a láncreakció a neutronok megszökése miatt, vagy esetleg a plutónium egyesítéséhez szükséges kémiai robbantás önmagukat és a bombát semmisíti meg.

A problémát Neumann oldotta meg. Los Alamosba hívták. Teller — aki akkor ott tevékenykedett — hazavitte vacsorázni, elmondta neki a problémát, és megemlítette, hogy Neddermeyer a plutónium egyesítését implózióval javasolja (ez a két — kritikus tömeget együtt meghaladó — rész gömbhéjé váló kialakítását, majd ezeknek a homogén módon való egyesítését jelenti). Erre Neumann: „Igazán szégyen volna, ha most egy alacsonyabb rendű kémiai robbanástól pusztulnánk el.” Majd számolásba fogott, és másnap Oppenheimer irodájában eldölt, hogy a megoldás az implózió.

Neumann intenzív munkához látott, és elmondta, hogyan számítható ki a kis robbantásokkal kivitelezhető gömbszimmetrikusan befelé haladó implózió. A probléma végtelenül bonyolult volt, IBM számítógépen lett kivitelezve, az eredmény a vártnak teljesen megfelelő volt, amit már az első kísérleti atomrobbantások is bebizonyítottak [16].

Életének utolsó évtizedében még az önreprodukáló automaták elméletével vagy másképpen a sejtautomaták elméletével, az idegrendszer és a számítógépek kapcsolatával foglalkozott, utolsó munkája „A számítógép és az agy” befejezetlen maradt. Neumann a két világháború között többször is hazalátogatott (1933, 1934, 1937, 1938). 1935-ben született egyetlen gyermeke, Marina, aki később közgazdászként Nixon elnök egyik tanácsadója volt, tavaly járt hazánkban. 1937-ben első házassága felbomlott. Ebben az évben kapott amerikai állampolgárságot is. 1938-ban tett hazalátogatásakor vette feleségül Dán Klárát. Európában a matematikusok kirándulásokon, kávéházakban szoktak találkozni egymással és tanítványaikkal. Amerikában ez nem volt szokás, kávéházak nincsenek, ezért Neumannék partikat adtak, amelyek a princetoni élet gócaivá váltak.

Neumann nem viselte a matematikaprofesszorok szokásos jegyeit. Kemeny János, a BASIC és az időosztás atyja szerint: „Neumann teljesen normális ember volt, ugyanakkor a legnagyobb élő matematikus. Egy fontos leckére mindenesetre megtanított: nem kell ijesztő külsővel járnom, ha sikeres matematikus akarok lenni.” [17]. Szeretett, de nem tudott jól autót vezetni. 1934-ben Magyaróvár és Győr között majdnem végzetes baleset érte. Princetonban is volt egy kereszteződés, amit „Neumann-sarok”-nak hívtak — így mondják —, ahol a kocsija gyakran bajba került. A „bajokat” így magyarázta: „Mentem az úton. A fák jobb oldalt rendszeren vonultak mellettem 60 mérföld/óra sebességgel. Hirtelen az egyik az utamba került. Bum!” Közepes termetű volt, mindig ünnepélyesen öltözött. És milyen volt Neumann mint szórakozott professzor? Felesége mondta el Halmosnak, egy reggel New Yorkba indult találkozóra, de útközben hazatelefonált,

hogy „Miért is megyek New Yorkba?” Halmos mondta: „Egyik délután hazavittem a kocsimon. Mivel aznap este összejövétel volt nála, és nem voltam biztos benne, hogy odatalálok-e innét. Megkérdeztem, hogyan ismerem meg a házat. Ez nagyon könnyű — felelte —, az, ahol a járda szélén az a galamb ül.” [13]

Gondolkodási sebességének félelmetességéről ízelítőt szerezhettünk már Pólya visszaemlékezéséből is. A téma lehetett absztrakt bizonyítás vagy numerikus számítás, mindkettőben egyformán gyors volt. Különösen büszke volt arra, milyen könnyedén kezelte a számokat. Mikor elektronikus számítógépe elkészült, nem egyszer fordult elő, hogy a gépre vitt feladvány megoldásában, a gép és Neumann közötti versenyben Neumann győzött. Pl. közismert a híres légyfeladvánnyal való esete is. A következőt kérdezték tőle: Két kerékpáros 20 km távolságra van egymástól. Elindulnak egymás felé 10 km/óra sebességgel. Ugyanakkor egy légy 15 km/óra sebességgel elindul az egyik kerékpár első kerekétől a második kerékpár első kerekéig, majd megfordul és az első kerékpár felé repül, és ezt folytatja, míg a két kerékpár első kereke össze nem nyomja. Kérdés, mekkora utat tett meg a légy? A hosszadalmas megoldási mód az, hogy kiszámítjuk az első útszakaszt, a másodikat és így tovább, végül egy végtelen sort kell összegezni. A gyors megoldás abból adódik, hogy a két kerékpáros az indulás után 1 órával találkozik, így a légy is 1 órát repül. A megoldás tehát 15 km. Mikor a kérdést Neumann-nak feltették, egy pillanat alatt megoldotta, csalódást okozva a kérdezőnek: „Ó, Ön bizonyára ismerte a trükköt!” „Miféle trükköt?” — kérdezte Neumann. — Én csupán összegeztem a végtelen sort.”

”

Egyetlen embert sem ismerek, akinek olyan gyors esze és oly mély belátóképessége a részletekbe és olyan emlékezőképessége lett volna, mint Neumann Jancsinak. Nála gyorsabb, világosabb elméjű embert nem ismerem, pedig ismertem Einsteint, Planckot, a fiatalokat is.” (Wigner Jenő)

Einstein egy külön német nevet kreált neki, Denktiernek nevezte el. Azt mondta Neumannról, „Ő nem Säugetier, hanem Denktier” — akinek nem az emlőből való táplálkozás, hanem a gondolkodás a létfeltétele.

S. Ulam, aki 1935-től Neumann jó barátja, ismert lengyel matematikus, írta róla [15] „Barátai két karakterisztikus helyzet egyikében emlékeznek rá: vagy amint a tábla előtt áll, vagy amint otthon egy problémáról vitatkozik. Gesztusai, a mosolygás, szemének csillogása valahogy mindig

visszatükrözték a gondolatot, ami a fejében forgott, vagy a vitatott probléma természetét... Valahányszor egy problémában valamely logikai vagy matematikai paradoxont vett észre, egy mosoly villant át az arcán...”

Neumann üzenetét az utókorra testvére négy pontba foglalta össze [4].

(1) Először is egy óvás: Ha egy matematikai tevékenység távol kerül empirikus forrásától, és ezáltal beltenyésztés és degeneráció veszélye fenyeget, akkor a legjobb orvosság az empirikus forráshoz való visszatérés és az empirikus eszmék bevezetésével elérhető felújítás. Ez a gondolat alkalmazható analógiák alapján más foglalkozásokra és tudományos tevékenységekre is, azoknak a tiszta vagy elvont elméleteinek praktikus alkalmazása kapcsán.

(2) A tudósok társadalmi felelőssége nagymértékben megnövekedett az 1942-es chicagói atommáglya óta. A tudósok most már nem folytathatják többé szabadon kutatásaikat, mentesülve az alól, hogy felfedezéseiknek esetleges felhasználásáról és következményeiről a társadalomnak be ne számoljanak. Ezért a jövő tudósainak oktatása nem teljes, ha csupán műszaki vagy szakmai tárgyakra szorítkozik. Oktatásuknak tartalmaznia kell a történelem, jogtudomány, közgazdaságtan, államtudomány, közvélemény és a társadalmi külvilág más tantárgyait is, de anélkül, hogy ez veszélyeztesse az alapokat, melyen maguk a tudományok nyugszanak.

(3) A humor nyomaine a tréfa kedvéért foglaltassanak bele az üzenetek háttérébe, hanem a tanulságokat, különösen a kellemetleneknek hatásosabb közvetítése érdekében. (Meg kell jegyeznünk, hogy Neumann a humort az agy tisztálkodásának tartotta. Rajongott a viccekért, kevés nálánál jobb viccmesélő volt.)

(4) ...a technológiák és a tudományok semlegesek, bár potenciálisan hasznosak, de egyúttal veszélyesek is. Így hát az emberiség jövőjének problémáit nem lehet csak egyetlen recepttel megoldani. A megoldás a napról-napra opportunista módon megtervezett lépéseken is alapuljon, bizalommal a következő kíváncsi emberi tulajdonságokban: Türelem, Rugalmasság, Intelligencia.

Neumann modora barátságos és közvetlen volt. Nyers is tudott lenni, főleg ha tudományos-intellektuális tisztesség hiányát vagy tudományos eredmények eltulajdonítását tapasztalta, akár ő maga, akár másvalaki volt a károsult.

Kapcsolata hazájával 1940-ig kis túlzással napi kapcsolat volt. Utána — kivéve egy 1947-es szegedi levélváltást, amiről tudunk — megszakadt, ez kezdetben az európai háborúnak volt köszönhető, majd bizonyára annak,

hogy a hadikutatások részese volt. Későbbiekben pedig mint az Atomenergia Bizottság tagjának ez lehetetlen volt. Itthon a két világháború között 1938-ban az Eötvös Loránd Matematikai és Physikai Társulat tiszteletbeli tagjai közé választotta, míg ezt a Magyar Tudományos Akadémia 1934-ben kilenc prominens tagjának javaslata ellenére nem tette meg. Talán ezt kívánta orvosolni a Szent-Györgyi Albert által 1945. szeptember 6-án alapított Magyar Természettudományi Akadémia, amikor Neumann Jánost külföldi tagjai közé választotta. Sajnos ezt az akadémiát rövid időn belül „felszámolták”.

1955. augusztus 11-én kulcsfontjánál rákot fedeztek fel, amely már a hasnyálmirigyrákból származó áttétel volt. Pár hónap múlva tolószékbe kényszerült. 1956-ban, kórházba kerülése előtt, amikor Eisenhower elnök kezéből átvette a Szabadság érdemrendet, Neumann így reagált: „Bárcsak elég sokáig itt maradhatnék, hogy ezt a megtiszteltetést megérdemeljem.” Eisenhower: „Hát persze, még sokáig velünk lesz, hiszen szükségünk van önre” [5]. Nemsokára kórházi ágyba kényszerült. Ágya szélén miniszterek és tábornokok ültek, kérvén stratégiai tanácsait. Betegsége előrehaladtával egy ezredes örködött ágya mellett, hogy lázalmában ne beszéljen ki katonai titkokat. Nem sokra mentek vele, mert álmában magyarul beszélt.

Mikor látta, hogy állapota menthetetlen, az első házasságakor felvett katolikus hithez fordult vigaszért, mondván: „Valószínűleg van Isten. Sok dolgot könnyebb így megmagyarázni, mintha nem volna”. 1957. február 8-án halt meg Washingtonban.

Végül álljon itt két méltatás: „Neumann agyát ismerve elgondolkodik az ember, hogy nem valamilyen magasabbrendű faj egyik egyedével áll-e szemben, akik nem is emberek, hanem félistenek, de olyan alaposan kiismerték az embert, hogy tökéletesen utánozni tudják.” (Hans Bethe) „Az emberiséget kevés pénzzel is gazdaggá lehetne tenni, ha sok olyan ember születne, mint Neumann János.” (Norman Macrea)

IRODALOM

- [1] Norman Macrea: *John von Neumann*, Pantheon Books, New York 1992.
- [2] Marx György: *A jövő század regénye*, Magyar Tudomány 1993, 12. szám.
- [3] Neumann Miklós: *Neumann Jánosról*, Népszabadság 1989. aug. 25., 8. oldal.
- [4] Neumann Miklós: *Neumann János filozófiai hagyatéka*, Kézirat, Budapest 1989.
- [5] Magyar Tudósok (Kardos István tévésorozata), RTV-MINERVA 1978.
- [6] Neumann János és a „Magyar Titok” O.M.I.K.K. (Nagy Ferenc) Budapest 1987.
- [7] Szénássy Barna: *Neumann János életének „első félideje”*, Természet Világa 119 (1988), 352—356. oldal.
- [8] Theodor von Karman, *The Wind and Beyond*, Little-Brown, Boston 1967.
- [9] G. Pólya: *The Pólya Picture Album* (Edited by G. L. Alexanderson), Birkhauser, Boston, Basel, 1987.
- [10] Kalmár László: *A matematika alapjai I/2 (Halmazelmélet)* Tankönyvkiadó, Budapest 1966 (Egyetemi jegyzet), (303—309).
- [11] H. H. Goldstine, *A számítógép Pascaltól Neumannig*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
- [12] Neumann János: *A kvantummechanika matematikai alapjai*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1980.
- [13] Halmos Pál: *A Neumann-legenda*, Természet Világa 108(1977), 14—17.
- [14] Israel Halperin: *A Neumann János-féle folytonos geometria*, Mat. Lapok IX 3-4, Budapest, 1958.
- [15] *Bulletin of the American Mathematical Society*, 51, 1945, 498—504.
- [16] Marx György: *Beszélgetés marslakókkal*, OOK-PRESS, Veszprém 1992.
- [17] Kemény János, (Budapest, 1926. május 31. - New Hampshire, 1992. december 26.) *Fizikai szemle*, XLIII. 5 (1993), 170. oldal.

Varga Antal, Bolyai Intézet, Szeged, Aradi vértanúk tere 1.