

Elmélkedések egy Neumann–Haar-levél ürügyén

VARGA FERENCNÉ, SZABÓ PÉTER GÁBOR

Varga Antal emlékére

Neumann János (1903–1957) 1932. március 9-én levelet írt Budapestről Haar Alfrédnek (1885–1933), amelyet a közelmúltban fedezett föl e dolgozat könyvtáros szerzője egy réges-régi, többek között Acta-levelezéseket is tartalmazó iratgyűjteményben, a szegedi Bolyai (Matematikai) Intézet szakkönyvtárában. Történt ugyanis, hogy a 2013-14 évek folyamán a Bolyai épületet felújították, így az épület minden lakójának átmeneti szállásra kellett költöznie. A könyvtár teljes kiürítése során a szekrények mélyéről olyan iratok kerültek elő, amelyek már évtizedek óta zavartalanul lapultak meg más, később odakerült társaik takarásában. Csak a felújítást követő visszaköltözés és a hosszan tartó elhelyezkedés után nyílt lehetőség a különböző – talán több más tudománytörténeti kincset is rejtő – dobozok tartalmába betekinteni, jelentőségüket felbecsülni. E dolgozat is egy ilyen kincs, egy Neumann–Haar-levél felbukkanásának ürügyén született, amelyre az ösztönzés elsősorban Totik Vilmostól eredt, majd Nagy Ferenc tudománytörténész is biztatott minket a publikálására egy szegedi látogatása során. Az eredeti levelet bekeretezve őrzi ma a Bolyai Könyvtár, s bárki megtekintheti annak falán, aki oda ellátogat.

Mielőtt azonban a levelet bemutatnánk, ismerkedjünk meg egy kicsit a keletkezésének körülményeivel, a korról, a helyszínnel, a szereplőkkel. A levél írója és címzettje jól ismertek a matematikus közösség előtt, életükről és munkásságukról számos helyről tájékozódhatunk, többek között eme kiadvány korábbi füzetéből is, Varga Antal (1942–2014) tanulmányaiból [9–11]. A témához kapcsolódóan külön kiemelünk még három kötetet. Mindenekelőtt *Haar Alfréd összegyűjtött munkáinak* 1959-ben kiadott vaskos gyűjteményét [2], Neumann János 1999-ben kiadott *Invariant Measures* című könyvét [4], valamint Rédei Miklósnak a Neumann János levelezés válogatott tételeit bemutató *John von Neumann: Selected Letters* című 2005-ben megjelent művét [6].

1. A levél keletkezésének előzményei, a *szegedi Acta*

Az 1921 őszén Szegedre került kolozsvári egyetem két matematika professzora, Riesz Frigyes és Haar Alfréd, tanártársaikhoz hasonlóan igyekeztek minél előbb létrehozni az egyetemi képzéshez és a tudományos kutatáshoz nélkülözhetetlen szakirodalmi gyűjteményt. Elindult az Egyetemi Könyvtár és vele párhuzamosan, ám tőle elkülönülve egy matematikai szakgyűjtemény megalapozása is.

Riesz magával hozta Kolozsvárról az általa vezetett matematikai leltárkönyvet és a kölcsönzési nyilvántartást. Ebből kiderült, hogy mely könyvek maradtak Kolozsvárott és melyek visszaszerzésére volt még esély. A kölcsönzőket levélben megkérték – többnyire eredményesen –, hogy a náluk lévő könyveket a szegedi egyetem Matematikai Szemináriumának könyvtárába legyenek szívesek visszajuttatni. A matematika tanszékek költségvetése kezdetben igen szerény volt, a működést évi 1000 pengős ellátmány szolgálta. Ehhez változó összegű, rendkívüli felszerelési átalány tartozott, amelynek rendeltetése a könyvek és folyóiratok beszerzése és pótlása volt.

Értékes magángyűjtemények is gyarapították a könyvtárat, így például megvásárolták Demeczky Mihály matematikai könyvtárát, Farkas Gyula pedig maga ajándékozta saját könyvtárát a Matematikai Szemináriumnak. Többek között ezeknek is köszönhető, hogy a 20-as évek végére a leltárkönyvek tanúsága szerint már mintegy 3000 kötetnyi könyv szolgálta a matematikusokat, ami mintegy ötszöröse volt a kolozsvári könyvtár 1912-es állományának.

A tudományos kutatómunka igazán nagy segítői viszont a szakfolyóiratok voltak, amelyek a legfrissebb kutatási eredményekről tájékoztattak. Riesz és Haar a folyóirat-állomány gyarapításához is nagy vehemenciával látott hozzá, a hazai kutatók eredményeinek honi publikálására lehetőséget adó, egyben a nemzetközi vérkeringésbe is bekapcsolódó, nem magyar nyelvű szakfolyóirat kiadását kezdeményezték. Erre az anyagi fedezetet társadalmi egyesület létrehozásával teremtették meg. A város nagyjai és tehetős polgárai létrehozták a Ferencz József Tudományegyetem Barátainak Egyesületét. Ez az egyesület lett a kiadó, élén Várnai Dezsővel, a Szegedi Városi Nyomda és Könyvkiadó igazgatójával. Így indult útjára a szegedi egyetem első Actája matematikai tematikával 1922-ben, melyet később más tudományterületek Actái is követtek.

A folyóirat pontos címe: *Acta Litterarum ac Scientiarum Regiae Universitatis Hungaricae Francisco-Josephinae, Sectio Scientiarum Mathematicarum*. E hosszú cím idézésének megkönnyítésére *Acta Sci. Math.*-ra zsugorodott, sőt egyszerűen csak *szegedi Acta*ként beszéltek és beszélnek a mai napig róla.

Riesz és Haar levélben fordult a világ ismert matematikusaihoz, akik közül sokakat személyesen is ismertek, és cikkeket kértek tőlük. Ők maguk is itt jelentették

meg legjobbnak tartott publikációikat, és erre kérték arra érdemes tanítványaikat is. Említsünk meg néhány nevet a *szegedi Acta* kezdő füzetéből: Fejér Lipót, Neumann János, Kerékjártó Béla, Radó Tibor, Szegő Gábor, Riesz Marcel, Lánczos Kornél, Norbert Wiener, George D. Birkhoff, Henri Cartan, Antoni Zygmund, és természetesen Riesz és Haar. E névsor talán érthetővé teszi, hogy a fiatal Actának néhány év alatt sikerült meghódítania a világ matematikai kutatóműhelyeit, sok egyetem és nagyobb szakkönyvtár polcain ma is megtalálható.

Rövidesen megindult a csere is. Riesz és Haar most is a levelezés bevált módját választotta: írtak az összes ismert matematikai folyóirat szerkesztőinek, kiadóinak, és följánlották az Actát csereként. Sikerült számos cseremegállapodást kötni, még az akkor kuriózumnak számító, de magas szakmai színvonalú orosz és japán folyóiratok is megjelentek a könyvtárban. Ezen az úton több mint 150-féle szakmai folyóirat került a Bolyai Könyvtárba az elmúlt majdnem 100 év alatt. A cserét segítette egy-egy külföldön tevékenykedő matematikus is. Így például Riesz Frigyes öccse, Riesz Marcel Svédországban megszerezte a tekintélyes svéd *Acta Mathematica* teljes sorozatát a szegedi Acta szerény, nyomdatechnikájában ekkor még primitívnek mondható vékony füzetéért. Ezen cseremegállapodások zöme még ma is élő, így többek között a *svéd Acta* friss példányait is lapozgathatja a könyvtár mai olvasója.

A könyvállomány gyarapításának is jelentős forrása volt az Acta, mivel számos kiadó küldte meg kiadványait referálásra, melyek az ismertető megjelenése után a könyvtár birtokába kerültek. Az ismertetőket rendszerint a matematika tanszékek munkatársai írták. Így mind az Acta kiadása, mind a könyvtár gyarapítása az itt dolgozók közös ügye és összehangolt munkájuk eredménye volt. A tanszékek-folyóirat-könyvtár szimbiózis a mai napig megmaradt.

Ám ha egy könyv témájának nem volt helyben kutatója, alapos ismerője, akkor más intézményekben tevékenykedő szakértőt kért fel az Acta szerkesztősége az ismertető megírására. A most megtalált levél többek között egy könyvismertetés kapcsán is íródott. Ez az ismertető az 1932 áprilisában megjelent 5:3-4 Acta-füzetben olvasható, Neumann Jánosnak B.L. van der Waerden *Moderne Algebra* című munkájáról.

2. Miért nem kallódott el ez a levél?

Az Acta szerkesztői mellett az adminisztrációt, pl. a cserékkel kapcsolatos ügyintézt az ún. technikai szerkesztő intézte, akinek a neve ugyan nem szerepelt a kötetben, ám egyéb dokumentumokból kiderült a személye és szerepe. A technikai szerkesztő kezdetben Radó Tibor volt, majd külföldre távozása után, a feladatát a 20-as évek végétől Kalmár László vette át.

Ám ezek a fiatalemberek, a Riesz és Haar professzor mellett dolgozó tanársegédek voltak a könyvtár kezelői is, mivel az ún. asszisztencia szobája egyúttal a Matematikai Szeminárium könyvtára is volt. Az állomány gyarapodásával a könyvtári teendők is sokasodtak, így Riesz Frigyes egy 1946. szeptember 30-i kari felterjesztésben a Bolyai Intézet részére egy könyvtári állás létrehozását kérte, és erre Gál István Sándor doktorandusz hallgatót terjesztette fel, aki később az Egyesült Államokban matematika professzor lett. A kérést 1948-ban teljesítette a Kar. Gál István után 1951-től Ádám Ferencné, 1954-től Kalmár Lászlóné Árvay Erzsébet a könyvtáros. Amikor Kalmárné 1956-ban az egyetem kollégiumának igazgatója lett, helyére Horváth Jánosné, Erzsike néni, matematika-fizika szakos tanár került, aki évtizedeken át – még nyugdíjba vonulása után is, 2003-ig – könyvtárosként segítette az oktatók/kutatók munkáját. Horváthné nyugdíjazása után, 1987 szeptemberében került Varga Ferencné szintén matematika-fizika szakos tanárként a Bolyai Könyvtárba, ahol azóta is dolgozik.

Az Acta-cserékkel kapcsolatos ügyintézés (levelezés, postázás, reklamációk kezelése) eleinte a technikai szerkesztő-könyvtáros feladata volt, amit később a főállású könyvtáros vett át. Ezzel együtt a visszamenőleges levelek is valószínűleg eleve a könyvtári szekrényekben voltak. S ott is maradtak mind a mai napig. Valószínűleg ezért nem kallódtak el a többszöri költözködés ellenére sem, mivel mindig a teljes könyvtári anyaggal együtt dobozolták, ládázták a levelezést is.

Mielőtt rátérnénk a levél bemutatására, tekintsük még át, hogy az eltelt majd 100 év alatt merre jártak a városban a Matematika Tanszékek, s a hozzájuk tartozó könyvtár.

1921-ben, a Szegedi Tudományegyetem létrejöttkor a Matematikai Szeminárium a Dugonics téri központi épület földszintjén kapott 3 szobát. Egyik a professzorok közös szobája, a másik a könyvtár, ahol az asszisztencia (eleinte Radó Tibor) kapott helyet, a harmadik az „olvasószoba”, ahol a folyóiratokat helyezték el. 1929-ben Klebelsberg javaslatára az akkor már Bolyai Intézet nevet fölvevő matematikai és geometriai tanszékek az egykori Baross Gábor (ma Egyetem) utca 2. szám alatti (másképpen Szukováthy, később Ady téri) épület második emeletén nyertek méltó elhelyezést. A 2. világháború idején, 1944-ben egy miniszteri rendelettel szembeszállva Riesz Frigyes, mint intézetvezető nem engedélyezte az értékes matematikai szakgyűjtemény nyugatra szállítását, így a könyvtár a front áthaladását eredeti helyén, az Egyetem utcai épületben érte meg. Ám néhány nap múlva a helyet hadikórház céljára kellett átadni. Ekkor Riesz, Kalmár és néhány Szegeden maradt hallgató kézikocsikkal átszállította a könyvtár anyagát az egyetem Rerrich Béla téren lévő Elméleti Fizikai Intézetébe, ahonnan 1946-ban költözött vissza a régi helyére.

1950-től a matematika szakos hallgatók létszáma 20 körülről drasztikusan meg-

emelkedett kb. 100-ra. Az addigi kényelmes helyet kinőtte az Intézet, így 1952 decemberében az Aradi vértanúk tere 1. szám alatt található régi piarista gimnázium felújított épületébe költözhetett. Ennek első emeletén kapott helyet a könyvtár az egykori igazgatói és tanári szobákban. A folyóiratteremben jelenleg is használt fakkos tároló szekrények egy régi fénykép tanúsága szerint megvoltak már az Egyetem utcában is, valószínűleg a 40-es évek végén készültek. Ezek egyikéből került elő a most bemutatandó Neumann–Haar-levél. (A Bolyai Intézet és könyvtára történetéről az érdeklődők további részleteket is olvashatnak az alábbi forrásokban [1,12].)

3. A levél

Budapest, 1932.3.9. szerda

Kedves Alfréd!

Nagyon köszönöm a kéziratot, amely rendkívül érdekelt. Hihetetlenül meglepő, hogy az általános csoport-mesure definiálható, és még hozzá ilyen frappánsan egyszerű eszközökkel.

Azt hiszem, hogy a dedukciód még egyszerűsíthető, nevezetesen a 0-mesureű határok és a parallelepipedon-halmazok vizsgálata elkerülhető. Továbbá az n -dimenziós térbe való beágyazottság nem szükséges, a módszer minden metrikus, szeparabilis, és korlátos részeiben kompakt csoportra alkalmazható. Mellékelve küldök egy ezen szempontok figyelembevételével megírt variánst a bizonyításodhoz, amelyben azon egyszerűsítések, amelyekre gondolok figyelembe vannak véve, és amely a Lebesgue-féle mesure-ig vezet. Talán használhatod?

Továbbá mellékelem a V.d.W. referátumot. Megfelel?

Sokszor üdvözl, a viszontlátásig

Neumann Jancsi.



Haar Alfréd



Neumann János

Budapest, 1932.3.9. Szombat.

Kedves Alfréd!

Nagyon köszönöm a kéziratot, amely rendkívül érdekelt. Hihetetlenül meglepő, hogy az általános csoport-mesure definiálható, és még hozzá ilyen frappánsan egyszerű eszközökkel.

Azt hiszem, hogy a dedukciód még egyszerűsíthető, nevezetesen a 0-mesureű határok és a ~~szűk~~ paralelepipedon-határok vizsgálata elkerülhető. Továbbá az n -dimenziós térbe való beágyazottság sem szükséges, a módszer minden metrikus, separabilis, és korlátos részen kompakt csoportra alkalmazható. Mellekelve küldök egy ezen szempontok figyelembevételével megírt variánsa bizonyításra, amelyben azon egyszerűsítések alkalmazása gondolok figyelembe vevésére, és amely a Lebesgue-féle measure-ig vezet. Talán használható?

Továbbá mellekelem a V.d.W. referátumot. Megfelel?

Sohasor údvözlől, a viszontlátásig

Neumann János.

Neumann János levele Haar Alfrédnek (Budapest, 1932. március 9.)

Haar Alfréd a székfoglaló értekezését a Magyar Tudományos Akadémián 1932. április 18-án tartotta *A folytonos csoportok elméletéről* címmel. Az előadás anyaga később külön dolgozatban megjelent magyarul és német nyelven is. Németül az *Annals of Mathematics* közölte 1933-ban, és ott rögtön Haar cikke után következett Neumann János dolgozata, amiben már reagált is az eredményekre. Ismert volt, de a most megtalált levél is megerősíti a tényt, hogy e munkának egy előzetes változatát Haar megmutatta Neumann-nak és Riesz Frigyesnek is. (Neumann és

Szeged vonatkozásában szíves figyelmébe ajánljuk az olvasónak a *Neumann János és Szeged* című írást [7], amelyet annyival egészítettünk ki, hogy néhány éve Szegeden Neumann-émlékszobát is avattak a Szent-Györgyi Albert Agórában, ahol Neumann Jánoshoz kapcsolódó eredeti relikviákat is meg lehet tekinteni.)

Igen izgalmas a levélnek az a részlete, hogy „*Mellékelve küldök egy ezen szempon-
tok figyelembevételével megírt variánst*”. Feltehetőleg ez is nyilván kézirat volt, de vajon hol lehet? Megvan-e még akár itt Szegeden, valamelyik könyvtári dobozban? Haar ezekkel kapcsolatosan tanulmányában ezt írta: „Neumann Jánosnak és Riesz Frigyesnek, akiknek ezen dolgozat egy előzetes kéziratát megmutattam, köszön-
hetem azt az érdekes megjegyzést, hogy a Lebesgue-féle mérték ezen analogonjá-
nak értelmezése kizárólag az 1.§. eredményeinek felhasználásával, tehát a Cantor–
Jordan-féle mérték bevezetése nélkül is, a Carathéodory-féle «Massfunktion»-ok
elmélete alapján történhet. Ez az eljárás (Neumann levélbeli közlése nyomán) a
következő:” (És itt következik a részletes matematikai fejtegetés, amit az érdeklő-
dők megtalálhatnak Haar dolgozatában [2].)

Haar Alfréd legnagyobb eredményei közé tartozik a később róla elnevezett mér-
ték fogalma. Neumann kezdetben szkeptikus volt az ilyen mérték létezésében (vö. a
levél kezdő soraival: „*Hihetetlenül meglepő. . .*”). A következő matematikus berkek-
ben ismert limerick (ötsoros nonszensz versike) Haar eredményét ünnepli, amelynek
itt két magyar fordítását is adjuk.

Said a mathematician named Haar,
'Von Neumann can't see very far.
He missed a great treasure –
They call it Haar measure –
Poor Johnny's just not up to par.'

Egy Haar nevű matematikus azt mondja, hogy
»Neumann nem látott elég messzire,
Így elszalasztotta a kincset,
Amit Haar mértéknek hívnak.
Szegény Jancsi, nem ütötte meg a mértéket.« [3]

Jött egy ember neve Haar,
és von Neumann elmehe már,
mert nem tudta mi az érték –
pedig az lett a Haar-mérték
szegény Jancsi mondhatja, kár. [8]

De hát miről is van itt szó? Miben állt Haar felfedezése? Összegyűjtött mun-
káiból mutatjuk be ezt most röviden az alábbi összefoglalással [2]:

„Haar e dolgozataiban közli azt a mélyreható felfedezést, hogy igen általános feltételek mellett minden folytonos csoportban bevezethető olyan mérték- és integrálfogalom, amely az egyik oldali, pl. a baloldali csoporttranszlációkkal szemben invariáns. Haar a tekintetbe vett csoportokról lényegében csak azt tételezi fel, hogy lokálisan kompaktok és a »második megszámlálhatósági axiómának« eleget tesznek (szeparabilitás). Az utóbbi feltételre Haar-nak azért van szüksége, hogy konstrukciójában a diagonális eljárást használhassa: mint azonban később erre A. Weil rámutatott, a Zermelo-féle kiválasztási axióma felhasználása esetén ez a feltétel elejthető.

Lie-csoportok esetében az invariáns integrál létezése ismeretes volt (A. Hurwitz, 1897), mint a Lie-csoportok jólismert szerkezeti tulajdonságainak egyszerű következménye. A kompakt Lie-csoportokra vonatkozó több nevezetes eredmény (különösen a Peter-Weyl-féle elmélet, 1927) éppen ennek az invariáns integrálnak a létezésén alapszik.

Haar felfedezése alapján ezeknek az eredményeknek az érvényessége egyszerűen kiterjedt az általános kompakt folytonos csoportokra. De ezen túlmenően, lehetővé vált az általános, lokálisan kompakt, folytonos csoportok szerkezetének a vizsgálata is és döntő jelentőségű lépés történt a Hilbert-féle híres 5. probléma (1900) megoldása felé. Magának e problémának a megoldása [kompakt csoportokra Neumann János (1933) és L. Pontrjagin (1934) által, lokálisan kompakt kommutatív csoportokra L. Pontrjagin (1934) és E.R. van Kampen (1935) által, általános lokálisan kompakt csoportokra A.M. Gleason, D. Montgomery és L. Zippin (1952)] végül is valóban a »a Haar-féle invariáns mérték« felhasználásával sikerült.”

Tegyük még ehhez hozzá, hogy egy szemléletes, népszerű tárgyalást ad a témához kapcsolódóan Petz Dénes tanulmánya [5], amelyet minden érdeklődő figyelmébe szintén ajánlunk.

Amikor Szőkefalvi-Nagy Béla sajtó alá rendezte Haar összegyűjtött munkáit [2] (lektorálta Egerváry Jenő és Turán Pál), a kötethez írt bevezetésben külön beszámolt arról is, hogy Haar egyetemi előadásai, jegyzetei „*sok eredeti részletet tartalmaznak, s mint egyetemi tankönyvek ma is beválnának*”, igaz az összegyűjtött munkákat tartalmazó kötetbe ezek nem kerülhettek be, már csak terjedelmük miatt sem.

Úgy véltük, jó szolgálatot tesz a későbbi kutatások számára is, ha közreadjuk itt a Bolyai Intézet Könyvtárában őrzött Haar-jegyzetek listáját, némi kis annotációval és tartalmi kivonattal együtt. Sajnálattal állapítjuk ugyanakkor meg, hogy nincs tudomásunk róla, vajon megvan-e, megmaradt-e valahol Haar Alfréd személyes kéziratos hagyatéka, feljegyzései, levelezése. (A Haar-levelezésnek viszonylag kevés konkrét darabját tudtuk eddig csak összegyűjteni a Fejér-, Riesz- és Kalmár-hagyatékokból.)

4. Haar Alfréd jegyzetei a Bolyai Intézet Könyvtárában

A Bolyai Intézet Könyvtára Haar Alfréd mind oktató munkájának, mind matematikai kutatómunkájának jó néhány kézzel írt emlékét őrzi. Ezek egy része még a kolozsvári időkből származik. Előadásjegyzeteit az akkoriban szokásos módon egy-egy jobb képességű hallgató dolgozta ki gyönyörű kézírással. Ezeket számos esetben az elmélet megértését könnyítő ábrákkal is kiegészítették, majd általában könyvomatoss technikával sokszorosították. Íme a Bolyai Intézet Könyvtárában megtalálható Haar-jegyzetek rövid ismertetése:

1) *Einführung in die Variationsrechnung*: Vorlesung, gehalten im Winter-Semester 1910-1911; Ausgearbeitet von Fritz Frankfurth.

2) *Elemi függvénytan*: Előadási jegyzet az 1911/12-dik tanév második félévében; kézzel írt, könyvomas; kidolgozta Szomorú Árpád. Főbb fejezetei: A hatványsor és az analitikus függvény; A racionális és algebrai függvények elmélete; Az exponenciális és trigonometrikus függvények.

3) *Determinánsok és quadratikus formák*: 1912/13 tanévben tartott előadásai nyomán; jegyezte Csősz László. Főbb fejezetei: A determinánsok fogalma és elemi tulajdonságai; A lineáris egyenletrendszer elmélete; A determinánsok főbb sajátosságai; Lineáris formák és transformatiók; A quadratikus formák aequivalentiája; A quadratikus formák hasonlósága.

4) *Analitikus geometria*: 1914/15. évben tartott előadásai után lejegyezte Bánik Etelka; egyedi, tollal írt jegyzet. Főbb fejezetei: Közönséges koordináták; Homogen koordináták; Projektív koordináták; Kúpszeletek elemi tulajdonságai; Imaginarius elemek; A másodrendű másodosztályú görbék; A kúpszeletek projektív tulajdonságai; Kúpszelet sorok és kúpszelet seregek.

5) *Számelmélet*: dr. Haar Alfréd ny. rk. tanárnak az 1915/16-iki tanévben tartott előadásai után; Kézirat könyvomas sokszorosítása, kötött, befejezetlen (menet közben többször is változik a kézírás). Főbb fejezetei: A közönséges egész számok; A kongruenciák elmélete; Számrendszerek és lineáris formák arithmetikus tulajdonságai; Algebrai számok és számtestek; Egységek elmélete; Ideálok; Az Ideálok és a magasabb rendű kongruenciák.

6) *Felsőbb geometria*: 1917/18. tanévben tartott előadás jegyzete a szerző saját kezűleg írt utószavával. 1. fejezet: Lineáris transzformációk. Lineáris transzformációk fogalma; Trimetrikus és terametrikus koordináták (perspektív tetraéderek); Kollineáció; Az általános korreláció (involutorikus kollineáció, involutorikus korreláció); A nulla rendszer geometriai jelentősége; A vonalgeometria elemei. 2. fejezet: Lineáris transzformáció-csoportok. Lineáris transzformáció csoportok fogalma és szerepük a geometriában; Affin geometria; Az u.n. nem-euklidikus geometriák;

A geometriák axiomatikus fölépítése. Haar utószava: „Ez az előadás, amelyet az 1917/18 tanév mindkét félévében h. 2 órában tartottam torso maradt. Az előadás helyettesítési előadás volt a nyugalomba vonult Klug előadásai helyett. Az I. félévben az I. fejezet 5 §-ig (bezárólag) jutottam el, a többi a II. félévre maradt. Az előadás kidolgozását névleg Gaál Honóra vállalta; csakhamar meggyőződtem azonban, hogy számára a feladat igen súlyos és így én rám is nagy munka szakadt. Az előadás vége felé Wildt József – aki ebben a félévben assistensem volt – útmutatásai alapján készült az előadás kidolgozása. Eredeti tervem a következő volt: A felsőbb geometriát a geometriai transzformációk teszik. Ez a vezető elv. Elsősorban a lineáris transzformációk és azok csoportjának szerepe vizsgálendő; ennyire jutottam el az előadásban. A folytatás természetesen a nem lineáris transzformációk tana lett volna. Ilyen módon sehol sem láttam a geometriát felfogva; szerintem ez az Erlangeni program továbbépítése. A folytatásba tárgyaltam volna (az I. fejezetnek megfelelőleg) a quadratikus transzformációkat (Nöther tételét) a differenciálgeometria elemeit, és az általános Lie-féle érintkezési transzformációkat, mint a korrelációk általánosítását. A II. fejezetnek megfelelően ezután következett volna az elhajlítás elmélete és az általános relativitás elméletének megfelelően azoknak a csoportoknak elmélete, amelyek egy quadratikus differenciálformát önmagába visznek át. Úgy látszik ezen program megvalósítására szükséges időt rosszul becsültem meg; de így is sikerült bizonyos értelemben zárt egységet nyújtanom. (Budapest, 1920. június hó 15-én)”

7) *Közönséges differenciálegyenletek*: 1916-1918-ban tartott előadásai nyomán; könyvmatos, kézzel írt jegyzet, bekötve. Főbb fejezetei: Alapfogalmak; Existencia tételek; Lineáris differenciál egyenletek. Megjegyzés a jegyzet végén: Közbejött akadályok miatt a jegyzet az előadásnak csupán egyes részleteit tartalmazza.

8) *Vektor- és tensoranalízis*: szemináriumi előadása 1923/24 tanévben; jegyezte Hartly Domokos tanárjelölt; Kézirat könyvmatos sokszorosítása, kötött. Főbb fejezetei: Vektorok; Tenzorok; Vektor és tenzor analízis.

9) *Variációszámítás*: Haar Alfréd előadásai nyomán jegyezte Bukovszky Ferenc tanárjelölt; saját kezűleg tollal írt 1928/29 tanévben 2 féléves előadás, befejezve 1929. május 22-én. Kulcsszavak: Hamilton-elv, Legendre-féle kritérium, Abel-féle tétel, Jacobi-féle kritérium, Weierstrass-féle elmélet, 2. félév: Weierstrass-Scheefer-Lindeberg tétel, tranzverzális fogalma (Kueser), extr. mező konstrukciója, geometriai variációszámítás, izoperimetrikus variációs probléma, Doppel integrálok, a változó határpont esete.

10) *Valószínűségszámítás*: kézzel írt előadás jegyzet, évszám nélkül, bekötve (naplószerű). Kulcsszavak: A valószínűségszámítás alaptételei; példák – a matematikai remény (várható érték); Bernoulli-féle tétel; gázok sűrűségeloszlása; nagy

számok törvénye; asymptotikus előállítások; Laplace tétele; sebességeloszlás gázokban; általános tárgyalás.

11) *Algebra*: kézzel írt német nyelvű jegyzet, évszám nélkül (naplószerű). Kulcsszavak: mátrixok, karakterisztikus egyenlet, Cayley és Frobenius egyenlet, lineáris transzformáció, kommutatív mátrix, mátrix csoport, irreducibilis leképezés, csoport karakter, Abel-csoport.

12) *Felületelmélet*: kézzel írt jegyzet, évszám nélkül, kötött (naplószerű) Kulcsszavak: Felület görbülete; konjugált irányok és asymptota vonalak; egyenes vonalú felületek; Gauss-féle leképezés; geodetikus vonalak; minimalfelületek.

13) *Differentialgleichungen*: cím csak a gerincen – kézzel írt jegyzet, kötött, fejezet közben nyelvet vált magyarról németre.

Nagy szükség lenne egy Haar Alfréd tudományos munkásságát feldolgozó, az életrajzi adatokat feltáró és összegyűjtő monográfiára. Az egyik legnagyobb magyar matematikusunk volt. A szerelmesek szerelmével szerette a matematikát.

Irodalomjegyzék

- [1] [Csákány Béla – Varga Antal – Varga Ferencné]: Matematika. In: *90 éves a szegedi természettudományi képzés*, SZTE TTK, 2011, 173–198.
- [2] *Haar Alfréd összegyűjtött munkái* (Sajtó alá rendezte: Szőkefalvi-Nagy Béla), Akadémiai Kiadó, Bp., 1959.
- [3] Móra Ferenc: Frédi. In: *Szegedi tulipános láda*, Magvető Könyvkiadó, Bp., 1964. 541–545. A hivatkozás itt az alábbi elektronikus megjelenésre vonatkozik, amely további kiegészítéseket is tartalmaz: *Ponticulus Hungaricus* XIV. évf. 7-8 szám, 2010. július-augusztus (szerk. Visontay György).
- [4] John von Neumann: *Invariant measures*, American Mathematical Society, 1999.
- [5] Petz Dénes: Mérték és dimenzió, *Természet Világa* 128 (1997), No. 3, 118–120.
- [6] Miklós Rédei (Ed.): *John von Neumann: Selected Letters*, History of Mathematics Vol. 27, American Mathematical Society, 2005.
- [7] Szabó Péter Gábor: Neumann János és Szeged, *Természet Világa Neumann-émlékszáma*, 2003. 48–51.
- [8] Tusnády Gábor: Haar Alfréd matematikai munkássága. In: Czeizel Endre: *Matematikusok, gének, rejtélyek*, Galenus Kiadó, Bp., 2011.
- [9] Varga Antal: Neumann János, „Hazánk legnagyobb Jancsija”, *Polygon* 4(1994):1, 1–18.
- [10] Varga Antal: 75 éve halt meg Haar Alfréd, *Polygon* 17(2009):1-2, 1–10.

- [11] Varga Antal: Elmélkedések egy Neumann–Riesz-levél ürügyén, *Polygon* 9(1999):1, 1–8.
- [12] Varga Ferencné: *A szegedi matematikai szakkönyvtár 75 éve: 1921–1996* (szakdolgozat), Debrecen, 1996.

Varga Ferencné könyvtáros, SZTE Bolyai Intézet Könyvtára,
E-mail: vargafne@math.u-szeged.hu

Szabó Péter Gábor adjunktus, SZTE Informatikai Intézet,
E-mail: pszabo@inf.u-szeged.hu