

Arcképek a 20. század magyar matematikusairól:

Beke Manó

DR. KÁNTOR SÁNDORNÉ DR. VARGA TÜNDE

Mottó: Amore et labore



(Pápa, 1862. április. 24 - Budapest, 1946. június. 27.)

Bevezetés

Beke Manó a matematika professzora, az MTA levelező tagja, a 20. század első felében a magyar matematikatanítás reformmozgalmának nemzetközileg elismert vezéregyénisége volt. A determinánselméletben és a lineáris differenciálegyenletek elméletében elért tudományos eredményeivel hozzájárult a 20. századi hazai analíziskutatásnak a nemzetközi élvonalba való kerüléséhez.

Beke Manó szellemi öröksége korunk matematikatanárai számára is tartalmaz értékes és aktuális útmutatásokat: Azt vallotta, hogy „*csakis akkor lesz sikeres működésünk, ha az iskola és a társadalom a legszorosabb összefüggésben, eleven kölcsönhatásban működik.*” (II. Egyetemes Tanügyi Kongresszus.)

A Bolyai János Matematikai Társulat éppen ezért a kiváló matematikatanári, illetve a matematikát kiemelkedően népszerűsítő tanárok számára 1950-ben alapított emlékdíját róla nevezte el.

„A matematika oktatásának és a matematika népszerűsítésének serkentése és támogatása céljából a Bolyai János Matematikai Társulat emlékdíjat alapít, melyet Beke Manóról, a kiváló tudósról és a magyar matematikaoktatás egyik mesteréről és úttörőjéről nevez el, aki tankönyveivel és munkásságával is jelentősen hozzájárult a matematikai tudomány fejlesztéséhez és a matematikai ismeretek hazánkban való elterjesztéséhez.”

„Beke Manó életével és munkásságával megmutatta, hogy hogyan lehet a tudomány ismeretét, szeretetét átadni a tanítványainak. Megmutatta azt is, hogy a tanítók, a tanárok milyen módon szervezzék és végezzék iskolai munkájukat, hogy az a tanulóiban munkaszeretetet, igyekezetet, felelősségérzetet is ébresszen.” (Hajnal Imre: Beke Manó tanári munkássága, BJMT, 1986.)

A Beke Manó emlékdíjnak két fokozata van: a nagydíj (1. fokozat) és a 2. fokozat. 1951 és 2013 között nagydíjat 49-en, 2. fokozatot pedig 358-an kaptak. Összegyűjtöttük és közreadjuk az eddig eltelt időszak nagydíjasainak listáját. Az elmúlt több mint 60 év kiemelkedő tanáregyéniségeit tisztelhetjük bennük.

Gallai Tibor (1951), Surányi János (1952), Péter Rózsa (1953), Varga Tamás (1954), Szele Tibor (1955), Kárteszi Ferenc (1956), Neukomm Gyula (1957), Kalmár László (1958), Hajós György (1959), Hódi Endre (1960), Aczél János (1961), Erdős Pál (1962), Marót Rezső (1963), Gádor Endréné (1964), Bakos Tibor (1965), Lánczi Ivánné és Reiman István (1966), Fried Ervin (1968), Horvay Katalin (1969), Szendrei János (1970), Ruzsa Imre (1971), Lukács Ottó és Scharnitzky Viktor (1973), Bizám György és Herczeg János (1974), Andrásfai Béla (1975), Urbán János (1976), Pálffy Sándor (1977), Pálmay Lóránt (1980), Reményi Gusztávné (1981), Nemetz Tibor (1982), Kőváry Károly (1983), Czapáry Endre (1984), Kántor Sándorné (1986), Imrecze Zoltánné (1988), Hajnal Imre (1991), Laczkovich Miklós (1992), Pintér Lajos (1993), Pósa Lajos (1994), Freud Róbert (1997), Békefi Zsuzsa (1998), Lajos Józsefné (1999), C. Neményi Eszter (2000), Szendrei Júlia és Szeredi Éva (2001), Fried Ervinné (2002), Rác János (2004), Pálfalvi Józsefné (2005), Oláh György (2010).

1. Beke Manó élete és pályafutása

Beke Manó 1862. április 24-én született Pápán. Édesapja Beck Lipót pékmester, édesanyja Herczog Fanni volt. A család öt gyermeket nevelt és taníttatott.

Ignác bátyja matematikusnak készült, de korán meghalt. Az ő példáját követve lett Beke Manó matematikus. József öccse (1867-1940) műegyetemi tanár, neves hídmérnök és tervező volt. Részt vett a mai Szabadság (akkor Ferenc József) híd, az Erzsébet híd, és az újpesti vasúti összekötő híd tervezésében és építésében. Két lánytestvére volt még, Mária, aki korán meghalt és Antónia. Vezetéknevét 1884-ben változtatta meg a család Beckről Bekére.

Elemi iskoláit Pápan végezte, középiskolai tanulmányait a pápai szent Benedek-rendi Algimnáziumban kezdte el, de matematikai érdeklődése miatt a budapesti VI. kerületi állami Főreáliskolában folytatta, ahol igen neves tanárai voltak. Magyarból Beöthy Zsolt irodalomtörténész, akadémikus, matematikából pedig Mendlik Ferenc tanította, akit az ország legjobb matematikatanárának tartott. 1879-ben érettségizett.

Egyetemi tanulmányait a budapesti Műegyetemen kezdte el. Itt akkor igen magas színvonalú matematikaoktatás folyt. Neves professzorok tanították: Hunyadi Jenő, König Gyula, Szily Kálmán, Eötvös Lóránd. Vonzódott a tanári pálya iránt, ezért tanulmányait a Pázmány Péter Tudományegyetemen, illetve a budapesti Tanárképző Intézetben fejezte be. 1883-ban kapta meg matematika-fizika szakos tanári oklevelét.

Első cikkét középiskolai tanárként írta *A másodrendű görbék egyenleteinek jellegéről*, és az OKTEK-ben jelent meg (1883-84. XVII. 9. 519-521). König Gyula tanítványa volt. 1884-ben doktorált. Disszertációjának címe: *A legkisebb működés elve a Gauss-féle görbület elmélet alapján* (Mathematikai és Természettudományi Értesítő, 1884. II. 133-162).

Első munkahelye az V. kerületi Markó utcai Főreál iskola, ahol előbb próbaéves, helyettes, majd rendes tanárnak nevezték ki.

Beke Manó életének rendkívül fontos része volt az 1892-93-as németországi tanulmányútja. Ekkor egy évig Göttingenben, Félix Klein mellett tanult és itt ismerkedett meg a matematikatanítás reformeszméivel. Hazatérése után 1895-ben áthelyezték a Tanárképző Intézet Trefort utcai Gyakorló Gimnáziumába. Egész életében azon dolgozott, hogy Magyarországon minél színvonalasabb legyen a matematika oktatása.

1896-ban a Pázmány Péter Tudományegyetemen egyetemi magántanári képesítést szerzett. 1900-ban kinevezték egyetemi tanárnak. 1914-ben az MTA levelező tagnak választotta.

1919 szeptemberében a Pázmány Péter Tudományegyetem tanácsa, mint fegyelmi bíróság, három, lényegében koholt vádpont alapján eljárást indított ellene. A tárgyalás 3 évig elhúzódott és eredményeként 1922-ben meg akarták fosztani egyetemi katedrájától. Vass József közoktatási miniszterhez benyújtott írásbeli fellebbezése és a személyes kihallgatás után végül a megoldás az lett, hogy 60 évesen kérte nyugdíjaztatását. Így elvették tőle a tanítás lehetőségét, azt, amit a legjobban szeretett. Ezt igen nehezen viselte el. Magába zárkózott, visszahúzódott. Aktív közéleti tevékenysége is megszűnt. Végül is sikerült találnia hasznos elfoglaltságot. Ezután két matematika könyvet, számos tudományos és népszerűsítő cikket írt és könyveket fordított. Ebben az időben jelent meg pl. a *Determinánsok* című könyve.

A náciizmus időszaka is nagy megpróbáltatást jelentett számára. Mivel mentességet kapott, így nem hurcolták el koncentrációs táborba a nagyon beteg, idős embert.

1945-ben az MTA rehabilitálta Beke Manót. Lényegében vele egy időben az egyetem is rehabilitálta egykori professzorát és dékánját. Ekkor már 83 éves volt.



Beke Manó dékáni öltözetben

1946. június 27-én halt meg. Méltatásakor kiemelték, hogy nemzetközileg elismert tudós volt. Kutatásokat végzett a lineáris differenciálegyenletek elméletében, új eredményeket ért el a determináns-elméletben és a függvénytanban. Mint pedagógus a nemzetközi matematika-tanítási reform magyarországi élharcosa volt.

2. Beke Manó családjáról¹

1886-ban nősült meg, Felesége Stern Júlia tanítónő. Öt gyermekük született, közülük Ágnes Angliában művészettörténész, Margit műfordító-író, Franciska tanítónő lett.

¹ Az adatok pontosítására feltétlenül szükség van. Hibás vagy pontatlan családi kapcsolatokat tüntet fel pl. Czeizel Endre a Matematikusok, gének, rejtélyek című könyvében (a 166. oldalon Kalmár László családfájában, a 444. oldalon Beke Manó gyerekei és unokái vonatkozásában)

Beke Margit (1890-1988) Görög Imre gimnáziumi tanár és műfordító felesége volt. Beke Margit neve elsősorban a skandináv irodalom fordítójaként ismert. Autodidakta módon tanult meg norvégul, dánul és svédül. Közel 170 regényt és novelláskötetet fordított le, ebből több mint ötven művet a skandináv irodalomból. Ezen kívül írt rádiójátékokat, mesejátékokat.

Házasságukból 1913-ban született idősebbik lányukról, Etelkáról, azaz Atáról, írta az *Ata könyve* (1915) gyermekpszichológiai munkáját. Kisebbik lánya, Ilona, 1945-ben aknára lépett és felrobbant. *Történetünk: történelem* című könyve (1986) vallomás az életéről, az első világháború alatt, és az 1944-ben elszenvedett megaláztatásokról.

Beke Manó Ata becenevű unokája Ata Kandó néven lett világhírű fotóművész Hollandiában. Magyarországról való elmenekülésük után Robert Capa segítségével Párizsban kapott munkát a Magnumnál, majd Hollandiában divatcégeknek fotózott. 1959-ben Münchenben elnyerte az év legszebb divatfotója pályázaton az Ezüst Díjat. Átütő sikereit a dzsungellakó indiánokról készített fotóival érte el. Ata Kandó több kitüntetést kapott. 1996-ban vette át Londonban a Világ Igaza kitüntetést. Magyar kitüntetést is kapott kiemelkedő fotográfiai munkáiért: Pro Cultura Hungarica (1991), Nagy Imre díj (1998), a Magyar Fotóművészek Szövetsége Életmű díj (1999). Ebben szerepe volt az 1956-os eseményekkel kapcsolatos könyvének. 1970-ben Budapesten publikálta a Világjárók sorozatban *A Hold véréből* című könyvét.²



Ata Kandó



Görög Ilona



Görög Imre és Beke Margit (1964)

Első férje Kandó Kálmán unokaöccse, Kandó Gyula festőművész volt. Tőle született három gyermeke: Tamás (Tom) 1941-ben és az ikerlányok Júlia (Juliette) és Margit (Madelaine) 1943-ban. Második férje Ed van der Elsken holland fotóművész volt, akitől szintén elvált. Tom fia nyugdíjas szociológus professzor Kaliforniában. Több könyve, tudományos, illetve újság cikke jelent meg. Rendszeres résztvevője a

² A HIRADO.HU 2013. június 13-án számolt be Ata Kandó közelgő 100. születésnapja alkalmából, a fekete-fehér fotográfiáiból, a kecskeméti Magyar Fotográfiai Múzeumban rendezett kiállításról.

bostoni maratoni futásnak. Felesége Anita, gyerekei Danielle és Leah. Két unokája van. *A Tale of Survival: From War-Ravaged Europe to the Promise of America* címmel jelent meg (Kindle Edition, 2012) a Görög-Beke családról írt regénye, amelyben az 1930-as évektől az 1950-es évekig írja le a család történetét. Az ikerlányok közül Júlia Dél-Spanyolországban, Magdolna Bostonban él. A 101 éves Ata Kandónak, aki Bergenben (Hollandia) lakik, jelenleg 17 leszármazottja van (3 gyerek, 7 unoka, 7 dédunoka).



Kandó Tamás (Ata Kando fotója)



Tom Kando



Tom Kando és családja

Számos félreértésre ad okot Beke Manó és Beke Ödön vezetéknevének azonos-sága. Ők nem rokonok, csak a név magyarosításakor, Beke Manó hozzájárulásával vette fel 1900-ban Berger Ödön a Beke vezetéknevet. Ennek oka az volt, hogy Beke (Beck) Manó édesanyja (Herczog Fanni) és Berger Ödön nagyanyja (Herczog Hani) testvérek voltak.

Beke Ödön nyelvész (1883-1964) finnugrista az MTA rendes tagja volt. Gyerekei: fia Beke Dénes Kossuth díjas vegyészmérnök, lánya, Simonovits Istvánné Beke Anna matematika-fizika szakos tanárnő,³ aki a Tankönyvkiadó munkatársa volt. Beke Anna fiai, Simonovits Miklós akadémikus és András, mindketten a matematikusi pályát választották.

Más matematikusi rokonság is található a családban, Beke Ödön anyai nagyapjának dédunokái Kalmár (Krausz) László,⁴ illetve Svéd (Schossberger) György.

Mind Beke Margit, mind Beke Anna nagy elismeréssel nyilatkozott Beke Manóról. Beke Anni a vele készített interjúban⁵ a következőket emelte ki:

„Mindig pontosított. Azt hirdette, hogy a matematikában fontos a pontos fogalmak használata. Mindig közérthetővé tudta tenni mondanivalóját. Nagyon szép

³ Beke Anna Erdős Pál évfolyamtársa volt.

⁴ A rokonsági fok pontosításának alapját a Simonovits család tulajdonában levő családi iratok és Dr. Simonovits Miklósné kutatásai képezik.

⁵ Az interjúkat Kántor Sándorné két szakdolgozója, Kovácsné Szabó Katalin és Kovács Miklós matematika-ábrázoló szakos tanárjelöltek készítették 1987-ben.

magyar nyelven írt, precízen és közérthetően beszélt. Nagyon szeretett fiatalokkal foglalkozni, tudott rájuk hatni, érdeklődésüket felkelteni. Gazdagította az életét annak, akivel kapcsolatba került. Remek pedagógus és kiváló didaktikus volt. Vasárnapként nagy társaság gyűlt össze a családnál, ahol filozófiai, esztétikai kérdésekről beszélgettek. Apámat, Beke Ödönt, is hívta, aki nyelvész volt. Harcolt azért, hogy a munkások gyermekeit is felvegyék tanulni. Azt akarta elérni, hogy olyan tanárok tanítsanak a középiskolában, akik jól tudják a matematikát. Azt vallotta, hogy az egyetemi hallgatók legfontosabb feladata a kor ismeretanyagának sokoldalú elsajátítása, nem szabad egyoldalúnak lenni. Tanuljanak nyelveket is. Beke Manó jó nyelvrézéssel rendelkezett. Németül, franciául és angolul beszélt, de a matematikát minden nyelven, még japánul is megértette. Saját korában haladó eszméket vallott.”

Görög Imréné Beke Margit szerint Beke Manó a matematikatanítás reformtörekvéseinek volt a magyarországi fő képviselője. Nagy feminista volt, kiállt a nők közép- és felsőfokú képzése mellett. Méltatlannak tartotta, hogy a nők nem tanulhattak matematikát felsőfokon, ezért részükre esténként előadásokat tartott honorárium nélkül. Nagy szerepe volt a leánygimnázium alapításában.

Szívesen hallgatott klasszikus zenét. Szeretett a hegyekbe kirándulni. A családját sokszor magával vitte, pl. göttigeni tanulmányúttjára, a római matematikatanítási kongresszusra is. Kitűnő szónok, igen jó előadó volt.

Komolyan foglalkozott népműveléssel. Életében és munkásságában a tanítás, a tudásátadás volt az éltető ereje. 1890-ben belépett a Könyves Kálmán szabadkőműves páholyba. A páholy tagjai számára kötelező volt az új tanterv kidolgozásában részt venni. Erős, célratörő egyéniség volt. Volt benne naivitás is, mert azt vallotta, hogy az ember minél többet tud, annál jobb lesz, vagy minél többet tud valaki, annál jobban tudja, hogy mit nem tud.

Következetes volt egész életében és elveiben. Nagyon sokoldalú egyéniség volt, de legjobban a matematikát és annak tanítását szerette. Melegszívú, optimista ember volt. Bízott a jóban, az igazság győzelmében. Magát élete végéig képezte.”

A Rózsadombon egy villában laktak. Ez a villa kicsinek bizonyult Beke Manó 70. születésnapján az öt köszöntők számára. Volt munkatársai, pl. Fejér Lipót is meglátogatta otthonában, a születésnapján, amiért viszont fegyelmet kapott. Az ünnepi beszédet Goldziher Károly mondta.

Beke Manó születésének 125. évfordulóján, 1987. április 22-én, a Magyar Rádióban egy riport hangzott el, amelyet Herczeg János és Szabó Éva készített. A riport szereplői Surányi János professzor, Görögné Beke Margit, Hajnal Imre tanár és Császár Ákos akadémikus voltak.

3. Beke Manó tanári tevékenysége

Beke Manó tudatosan készült a matematika tanári pályára. Indíttatása kétirányú volt, egyrészt Ignác bátyjának a példája inspirálta, másrészt kiváló matematika tanára Mendlik Ferenc. Erről így számolt be Beke Manó a Mendlik Ferencről írt megemlékezésében:

„Szerettem volna a tanári pályát választani. Egy különös sétánk alkalmával szóba hoztam nehéz problémámat gyerekes naivitással megjegyezve, hogy attól tartok, hogy nagyon unalmas lehet évről-évre ugyanazt tanítani. Erre az én bölcs tanárom a következőképpen példálózott: Lássá, fiatal barátom, ha vidéki rokonai jönnek Pestre, azoknak megmutatja a várost? A Dunát, a sugárutat, a királyi várat, a múzeumot, a képtárat, szóval minden nevezetességet. Mindig ugyanazt mutatja, de mindig másoknak mutatja. És ebben nagy a változatosság. A tanár is mindig ugyanazt tanítja, de mindig másoknak tanítja. Megértettem már akkor is, hogy ebben a rövid megjegyzésben mennyi pedagógiai tökéletesség van. Benne van a jó tanárnak az a kötelessége, a tanításban mindig szem előtt tartsa azokat, akiket tanít.”

Beke Manó egykori tanárát, tanári példaképét, illetve későbbi kollégáját a matematika legjobb tanárának tartotta. Ars poeticáját a következőképpen foglalta össze:

„Természetes volt és szeretett tanítani. Ezek voltak az ő módszerének egyetlen titkai. Előadása egyszerű, és a lehető legtermészetesebb volt. Tudása széles terjedelmű. Sokat foglalkozott asztronómiával és a természettudományok minden ágával, különösen a botanikával. Angolul tanított és egyike volt az első gyorsíróknak. Elsősorban pedagógus volt. Neki köszönhetem, hogy tanár lettem.”

Beke Manó tanári nézeteire egyrészt göttingeni tanulmányútja, vagyis a Félix Klein mellett eltöltött egy esztendő, másrészt tanárának, illetve későbbi munkatársának, König Gyulának az elvei voltak döntő hatással. A tanári gyakorlatot a Trefort utcai Gimnáziumban szerezte meg, ahol együtt taníthatott egykori tanárával, Mendlik Ferencsel és Kürschák Józseffel is. Tanítványai szerint rendkívüli pedagógiai érzékkel rendelkezett, élmény volt előadásait hallgatni, sugárzott belőle a matematika és az ember iránti szeretet.

1896-ban érte el életének legfőbb célját, annak lehetőségét, hogy az egyetemen oktathasson. Később a matematika tanszék munkájának irányítója lett, és az egyetemen betöltötte a dékáni tisztséget. Az 1911-ben elmondott egyetemi tanévnyitó beszéde nyomtatásban is megjelent. Ez hűen tükrözi nevelői hitvallásának elveit. Tanítványai közé tartozott a neves matematikusok közül Pólya György, Szegő Gábor és König Dénes is. König Dénes Matematikai mulatságok című könyvéhez ő írta az Előszót.

„Nagy öröömre szolgál, hogy fiatal barátom, legkedvesebb tanítványaim egyike vállalkozott arra, hogy „Matematikai mulatságok” címen oly könyvecskét szer-

kesszen, mely hivatva van arra, hogy a matematikai problémák iránti érdeklődést az iskolában és azon kívül is felkeltse, s az olvasót némely általánosan elterjedt, és sokszor a középiskolai tanítási anyagba egyáltalában bele nem illeszthető matematikai kérdéssel foglalkoztassa . . .

Reméljük, hogy e könyvecske, ha csak parányi mértékben is, hozzájárul ahhoz, hogy a matematikai tudományokkal nálunk többen és szívesebben foglalkozzanak.”

Beke Manó saját szerepéről neves tanítványainak tudóssá válásában azt írta, hogy „eszközt adtam a kezükbe. Eszközt, hogy használhassák a maguk továbbművelésében és még valamit, amire büszke vagyok, szeretetet és lelkesedést a tudomány iránt.”

Neves tanítványai közé tartozott Pólya György, aki A gondolkodás iskolája című könyve előszavában külön kiemeli Beke Manó jóslatát és a rá gyakorolt hatását:

„Amikor majdnem félszázad előtt beiratkoztam matematika-fizikára a pesti egyetemen, már öt félévi egyetemi stúdium volt mögöttem, egy félév jog- és négy félév filológia és filozófia. Éppen ezért akartam matematikát és fizikát tanulni, hogy komoly alapot szerezhsek a filozófia megértéséhez. Egy kevés matematikát tanultam akkor már egyedül könyvekből, előadás nélkül, ennek alapján gondoltam, szabad lesz majd megkezdenem a differenciál- és integrálszámítási kurzust a közepén, a második félévvel. De el voltam fogódva kissé, amikor odaadtam az indexemet aláírni Beke tanár úrnak. Beke tanár úr ránézett az ismeretlen hallgatóra, azután a több mint félig teleírt indexre és lassan visszalapozott benne.

Úgy-úgy – mondta – maga a filozófiától jön a matematikához. Vissza fog térni a filozófiához, de ne térjen vissza túl korán. - és aláírta az indexemet.

Nem tudom, hány más hallgatójának adott Beke tanár úr hasonló, éleslátó, mélyreható tanácsot. Reám nagy hatást tett tanácsa, nem is annyira rögtön, mint évek múltán. Sokszor gondoltam rá, amikor írtam ezt a könyvecskét, amely bizonyosan szerény értelemben filozófiai kísérlet is: nem írtam-e túl korán? Foglalkoztam-e én már eléggé matematikával, hogy jól írjam meg?

Legnagyobb örömem volna, ha néhány tanulónak olyan hasznos lehetne, mint nekem volt Beke tanár úr tanácsa.”

4. Beke Manó szerepe a matematikatanítási reformmozgalomban

Beke Manó Göttingenből hozta haza a matematikatanítási reformeszméket, hisz Félix Klein volt az európai nemzetközi Reformbizottság vezetője, de csak egyetemi tanárként tudott a magyarországi reformmozgalom élére állni. Már 1884-ben a VKM Fináczy Ernő egyetemi tanárral együtt megbízta a középiskolák állapotáról szóló országgyűlési jelentés elkészítésével. Beke Manó harcolt a tanítás feltételeinek

a megjavításáért. Eötvös Lóránddal együtt az 1892. évi tanári közgyűlésen határozottan kiálltak a tanítási eszközök hazai fejlesztése mellett. Megállapította, hogy „a tanítás külső feltételei között nem kevésbé fontosak a célszerű és alkalmas tanítási eszközök.”

A fejlődés útjának első állomása az 1894-es debreceni Országos Tanszerkiállítás volt, ahová 594-en hozták el és mutatták be eszközeiket. A kiállított anyag elrendezése elsősorban pedagógiai elvek alapján történt. Legsikerültebb része a középiskolai kiállítás volt, különös tekintettel az ábrázoló geometria tanításához szükséges hazai gyártású szemléltető modelleknek. Beke Manónak nagyon tetszett a kiállítás környezete. Beszámolójában megállapította, hogy a debreceni kiállítás legértékesebb és legtanulságosabb része mégis az volt, ami állandóan Debrecenben van, az ősi Kollégium Könyvtára, amely a legrégebbi nyomtatványok egész halmazát tartalmazza, és a Hatvani István által használt fizikai eszközök. 1896-ban is őt bízták meg a milleneumi tanszerkiállítás megszervezésével.

Az Országos Tanáregyesület az ő kezdeményezésére hozta létre 1906-ban a Matematikai Reformbizottságot, amelynek elnöke ő lett, titkára pedig a fizikatanár Mikola Sándor. A tagok között találjuk a fasori evangélikus gimnázium híres matematika tanárát Rátz Lászlót, de több ismert kiváló tanár, tankönyvíró neve is van köztük, pl. Dr. Bozóky Endre, Dr. Dienes Pál, Dr. Kövesligethy Radó, Dr. Lévy Ede, Rados Ignác, Dr. Szekeres Kálmán, Szíjártó Miklós, Dr. Visnya Aladár, Dr. Waldapfel János, Winter József. Ez a bizottság európai színvonalon is kiemelkedő munkát végzett.

A Reformbizottság fő feladatának a formális oktatás elleni harcot tekintette és a munkáltató matematikatanítás elvei alapján dolgozták ki a matematika tanítási anyagát és módszereit. Mikola Sándorral közösen írt *A középiskolai matematika-tanítás reformja* című könyvükben foglalták össze reformeszméiket és javaslatukat is, az elvégzett munkát és terveiket. Ebben a könyvben Beke Manó négy fejezetet írt: *Bevezetés, A matematikai tanítás reformja, A differenciál- és integrálszámítás középiskolai anyagáról, A matematikai tanárképzés tekintettel a reformtörekvésekre.*

A Bevezetésben összefoglalta a hazai matematikai tanítási terveket: az első Ratio Educationest (1777), a második Ratiot (1806), az Entwurfot (1850), a helytartótanácsi tantervet (1861), az Eötvös József féle egységes tanterv tervezetet, a Pauler-féle tantervet (1871), a Trefort tantervet (1879), a leánygimnáziumi tantervet (1896) és a Wlassics-féle tantervet (1899). Megtudjuk azt is, hogy miért volt kiváló a 19. század végén a magyar matematikaoktatás.

„Eltekintve a helytartótanácsi tantervben mutatkozó visszaeséstől, a matematikai tanításnak a középiskolai oktatás szempontjából való értékelésében határozott emelkedés konstatálható. Amennyiben a szokatlanul gyakori tantervváltozásokban egyáltalában határozott irányról lehet szólni, mondhatjuk, hogy tanterveink mind-

inkább rendszerességre, a részek közti tervszerű kapcsolatra, koncentrációra törek-
szenek. Ezen kívül világos tendencia mutatkozik a matematikai tanítás gyakorlatias
iránya felé, keresi a tanterv az étellel és a többi tantárggyal a kapcsolatot, tekin-
tetbe veszi a gazdasági élet szempontjait, a szigorúan tudományos tanítás helyett,
inkább egy-egy rész feldolgozásában nyújt a tanulóknak bepillantást a matematika
tudományos problémáinak a tárgyalásába és e tekintetbe a függvények menetének
vizsgálatában az összes külföldi tantervet megelőzi.”

Hangsúlyozta a matematikatanítás metodikáját is:

„A tanulónak, helyes tanítás mellett, már a legkisebb körben is mind a prob-
lémák felismerésében és kitűzésében mind azok megoldásában megnyilvánuló önálló
tevékenysége a tudományos erőpróbálgatás komoly munkájában rejlő páratlan és
sokszor egész életére kiható örömet okoz. Egyszerű és határozott tételeinek pontos
kifejezése a stílusnak is jó iskolája.”

A fentieket kiegészítette még néhány módszertani elvárással, pl.: „a számítás
menetének kitűzése, a végeredmények fokozatos megközelítése, és eredmény pon-
tos ellenőrzése, a céltudatos, eszközeit lelkiismeretesen megválogató, egyenes úton
haladó és önmagát mindig kontrolállól, pontos és rendes cselekvésnek is típusát szol-
gáltatja, ezzel az erkölcsi nevelés egyik legbecsesebb, legproduktívabb eszköze lesz.”

A reform során előtérbe került a tanítás gyakorlatiasabbá tétele, a gyakorlat,
a közvetlen tapasztalat és a becslés fontossága, a függvényfogalom, a differenciál-
és integrálszámítás bevezetése, a sík és téreometria egységes tanítása, a geometria
tanításának folytonossága, a téreometriai rajzolás és modellezés.

A bizottság reális és szükséges reformokra törekedett. El kell hagyni azokat a
tárgyi dolgokat, amelyek idejüket múlták. Redukcióra van szükség mind az algebra,
mind a geometria tanításában, nincs szükség a mesterkélt algebrai és geometriai
feladatokra. A fogalomalkotás viszont lassan, rétegszerűen történjen meg.

„Legyen a matematika tanítása olyan, hogy a tanulóban kifejlődjék annak tu-
data, mily fontos kulturális tényező a matematika. Azt akarjuk, hogy a középiskolá-
ból kikerülő tanuló bizonyos fokú matematikai iskolázottságot vigyen ki az életbe, az
a reményünk, hogy ily módon a matematikai gondolkodásmód behatol a közéletbe.
A tanulónak látnia kell, hogy a matematika mennyi szállal van összekapcsolva a
gyakorlati étellel, a tudományokkal és az egész világfelfogásunkkal. Mert csak olyan
ismeret gyakorolhat hatást az emberek gondolkodás módjára, amely nincs izolálva,
hanem rendes eszméinkkel és szokott tevékenységünkkel szoros kapcsolatban van.

Általános elvünk megvalósítására a következő célok lebegnek szemeink előtt:

A számtani oktatás gyakorlativá tétele, a gazdasági érzék, a térszemlélet és
a térbeli felfogó képesség fejlesztése, a mennyiségek viszonyainak grafikus ábrázolá-
lása, felhasználva hozzá a tanulók észleletgörbéit, az analitikai geometria tárgya-
lása, a függvényfogalom módszeres kiépítése, a differenciál- és integrálszámítás ele-

meinek bevezetése és felhasználása, legalább olyan mértékben, hogy a maximum-minimumfeladatok, az egyszerűbb felület- és köbtartalom számítások általánosabb módon is elvégezhetőek legyenek.” (Jelentés a bizottság határozatairól és javaslatairól, 1909).

A reformtól Beke Manó azt várta, hogyha ilyen szellemben átalakítják a matematikaoktatást, akkor elérhetik a legfőbbet: a középiskolai tanulóknak felébresztik a matematika iránti kedvet. Ezt többre tartotta, mint az ismeretek halmazát.

1909-ben a Rómában tartott nemzetközi matematikai kongresszuson Beke Manó előadást tartott a magyarországi reformbizottság munkájáról. Részt vett az 1910-es brüsszeli, az 1912-es cambridge-i kongresszuson és őt kérték fel az 1914. évi Párizsban megrendezett kongresszus főelőadójának. A kongresszus fő témája annak a megvitatása volt, hogy a differenciál – és integrálszámítás bevezetésével milyen eredményeket értek el a középiskolák felsőbb osztályaiban, illetve a főiskolákon. Ez utóbbi kérdés előadója Paul Stäckel heidelbergi professzor volt. A Matematikai Oktatás Nemzetközi Bizottsága egy felmérő és az összehasonlítás alapjául szolgáló Kérdőívet állított össze.

Ma is szállóige Beke Manónak az a nézete, hogy *„magas szintű és korszerű középiskolai matematikaoktatást nem lehet a differenciál- és integrálszámítás bevezetése nélkül megvalósítani.”*

5. Beke Manó tankönyvírói munkássága

Beke Manó életében a tanári tevékenységet nem lehet elválasztani a matematika és a szaktudomány művelésétől. 1890 és 1900 között 10 tankönyvet írt, igaz ekkor kisebb volt a tudományos tevékenysége. A matematikaoktatás megjavításáért harcolt és azon munkálkodott, hogy minél modernebb és jobb tankönyvekből tanuljanak a tanulók az iskolában. Könyvei a Singer és Wolfner kiadónál jelentek meg, és még nyugdíjaztatása után is használták őket az iskolákban. A következő tankönyveket írta:

- Algebra a kereskedelmi akadémiák és középkereskedelmi iskolák számára (1890)
- Mértan a kereskedelmi iskolák számára (1891)
- König Gyula: Algebra c. tankönyvének átdolgozása (első füzet 1892, egy kötetben 1897).

Ez a későbbiekben, König Gyula kérésére, 1913-tól egyedül Beke Manó neve alatt jelent meg. Beke Manó gyökeresen átdolgozta módszertanilag az elsősorban tudományos szempontokat érvényesítő tankönyvet, és így egy jól használható, a matematika igényeit maximálisan kielégítő tankönyvvé alakította át.

- Számтан a középiskolák alsóbb osztályai számára (1892).
- Számтан a népiskolák 2-6. osztálya számára (1893-1896).

Ezek a könyvek azért születtek meg, mert Beke Manó látta, hogy egységes szempontok, illetve a folytonosság, az ismeretek egymásra építése nélkül a matematika nem tanítható.

- Érettségi vizsgálati matematikai feladatok (Reif Jakabbal együtt) (1893, 100 éves reprint kiadása 1993-ban).

Ez egy hiányt pótló feladatgyűjtemény volt. Érdemes idézni az Előszóból Beke Manó nézetét a feladott problémák megoldásáról:

„A matematikai gyakorlat megítélésénél tehát majdnem kizárólag az írásbeli vizsga jöhet szóba. A feladott problémáknak olyanoknak kell lenniök, hogy alkalma legyen a tanulóknak benne a matematikai gondolkodás főbb elemeinek a bemutatására. A matematikai gondolkodás főbb elemei alatt azt értjük, hogy

1. a feladott problémát pontosan átértse
2. azt a szükséges részekre bontsa, vagyis analizálja
3. a mellékkérdéseket sorozza a szerint, amint a fő kérdés megoldására vezetnek
4. a szükséges problémákat megoldja, megjelölve azon általános problémákat vagy tételeket, melyek alá az illető feladat sorozható és
5. a nyert eredményekből a fő eredményt kellő módon összeállítsa (szintézis).

Nézetünk szerint soha sem szabadna olyan feladatot feladni, melyet közönséges analízis és szintézis útján meg ne oldhatna a tanuló. Ha van is benne oly momentum, amely leleményességet követel, ennek olyannak kell lennie, hogy általa a megoldás rendes menete csupán rövidítessék, de soha sem szabadna olyan problémát adni, ami csakis ilyen leleményes úton volna megoldható. A nehezebb és szokatlanabb feladatoknál a számolás menetét is hozzátettük, de nem tartottuk szükségesnek, hogy minden egyes feladat megoldását közöljük.”

A feladatgyűjtemény 8 fejezetből áll és 1183 érettségi feladatot tartalmaz.

- Számтан és mértan a gazdasági ismétlő iskolák számára (1899).
- Vezérkönyv a népiskolai számtani oktatáshoz (1896).

Ez a mű lényegében egy tanári segédkönyv, amely öt részből állt. Az első részben bemutatta a számtani oktatás történetét és 12 pontban összefoglalta az ésszerű tanítási módszereket. A második részben az első osztály anyagát, az alapozást tárgyalta. A harmadik részben a szemléltető eszközöket részletezte. A negyedik részben az 1-6. osztály anyagát tekintette át. Az ötödiki rész nagyon jó segédeszköz a tanításhoz, gyakorlati útmutatásokat ad és mintaleckéket közölt.

Egyetemi kinevezése után is írt tankönyveket. Ezek közül kiemeljük az ún. Kis Beke-ként emlegetett könyvét, vagyis a *Bevezetés a differenciál- és integrál-számításba* (1908) címűt, amelyben kiváló bevezetést adott az analízis fogalmaiba és módszereibe. Ezt a könyvét a szélesebb olvasóközönségnek szánta. Érdekessége,

hogyan az 1960-as években, amikor ismét előtérbe került a differenciál- és integrálszámítás középiskolai bevezetése, a Gondolat Kiadó újból kiadta.

Az egyetemi hallgatók számára írta meg a Nagy Bekét, vagyis a két kötetes *Differenciál- és integrálszámítást* (1910, 1916). Ezt a könyvet az egyetemi hallgatók nagyon szerették. Kényszernyugdíjaztatása alatt még két könyvet írt: az *Analitikus geometria* (1926) és a *Determinánsok* (1925) könyveket. Ez utóbbi volt az első olyan magyar nyelvű könyv, amely rendszeresen tárgyalta a determinánselméletet.

6. Beke Manó szakmódszertani és tudományos munkássága

1890-től 1929-ig 20 könyve, 1883-1941-ig 92 cikke és tanulmánya jelent meg. Írói tevékenysége sokoldalú volt, matematikai, pedagógiai, ismeretterjesztő, szakmódszertani, természettudományos cikkek, de voltak fordításai is. Matematikai tárgyú cikkeit a *Mathematikai és Fizikai Lapokban* és a *Mathematikai és Természettudományi Értesítőben* publikálta.

Szakmódszertani cikkei közül a *Tipikus hibák a matematika tanításában* című cikkét emeljük ki. Két ilyen témájú cikket is írt.

A *Gondolkodásunk általános hibái* (1889) című cikkében Exner, bécsi egyetemi tanár 1888-as, a német orvosok és természetvizsgálók gyűlésén megtartott előadása alapján dolgozta fel az emberi gondolkodás hibáinak lényegét.

Beke Manó a hibakutatás egyik első hazai kutatója. Rájött arra, hogy milyen nagy jelentőségű a tanulási folyamatban a tanulói hibák felismerése. A Magyar Pedagógiai Társaságban 1900-ban tartott székfoglaló beszédében határozta meg a *tipikus hiba* fogalmát.

„A hibák elkerülésének vagy azok minimumra való szállításának legfontosabb kelléke, hogy a tanár a hibákat ismerje, felismerje, és azok okait türelmesen keresse. E keresésnél én mindig azt az elvet követtem, hogy először a magam eljárásában, azután a tárgy természetében és csak harmadsorban kerestem a növendékekben a hibát. Azt hiszem ez a legjobb eljárás nemcsak a gondolkodásbeli, hanem egyéb hibák felismerésére és orvoslására.”

„Nincs olyan tanító, aki ne tapasztalta volna, hogy a matematikai tanításban bizonyos hibák évről évre ismétlődnek, s nem csak egy-két tanulónál, hanem rendszerint a tanulók szokatlan nagy számánál. Ezeket a hibákat a közönséges, léptenyomon elkövetett apróbb, egyeseknél, úgy mondhatjuk esetlegesen előforduló hibáktól megkülönböztetésül, tipikus hibáknak akarjuk nevezni. E tipikus hibák egy némelyikére rá akarok utalni, és pedig a tanítás és a matematikai gondolkodás különböző területein.”

„A hibát a tanítás hasznára lehet fordítani. Minden egyes hiba megállapítása, a hibás eredménynek a helyestől való eltérése, a hiba okának és helyének kutatása új meg új feladatokat szolgáltat.”

Hol találunk sok hibát? Sok a tanulói hiba az algebrában, a számok írásánál, a negatív számokkal végzett műveleteknél, törtek szorzásánál, hatványozás azonosságainál, a kéttagú kifejezések négyzetre emelésénél, az egyenletek megoldásánál. Tipikus hibák jelentkeznek

- az egyszer-egy tanulásánál, a gyerekek összekeverik pl. a 6×7 -et, a 7×8 -at és a 6×9 -et.
- A számlálásnál. 109 után 200-at, 1099 után 2000-et mondanak.
- Szorzásnál rosszul helyezik el a részletszorzatokat, a jobb és bal irányokat felcserélik az írásbeli szorzásnál.
- Nem tudják a törtszámokkal végzett műveleteket.
- Nincsenek tisztában az oszthatósági viszonyokkal.
- Baj van a mértékek átszámításával.
- Rosszul számolnak arányosság esetén.

A geometria tanításában egészen más természetű hibák szerepelnek. Ezeket két osztályba soroljuk:

- az egyikbe azokat tehetjük, melyek a szemlélet hibás voltából, vagy a szemlélet túlbecsüléséből erednek,
- a másikba pedig azokat, amelyek inkább logikai tévedések, a dedukció hibái.
- A tanulók a felső osztálybeli geometria tanítás első fokán a bizonyítások iránt természetes ellenszenvet éreznek. Nem tudják, és nem akarják belátni ennek szükségességét: mert hiszen úgyis látják, vagy inkább látni vélik a geometriai viszonyokat.

Sokszor tapasztaljuk, hogy a tanulók a téralakzatok helyzetéről hamis szemlélettel bírnak. Pontos szemléletre kell szoktatnunk a gyermeket. Ez az első kívánság. Ezen kívül pedig arra kell ügyelnünk, hogy a szemlélet változatos legyen.

- A tévedések másik csoportja logikai természetű. A tanulók a tételeket könnyen megfordítják. A tévedések egész sorozatát találjuk a geometria formális részében.

Rámutatott arra is, hogy a matematika fejlődése is tele volt tévedésekkel (negyedik fokú egyenlet megoldása, végtelen sorok vizsgálata, differenciálás fejlődése, a hamis analógia). Beke Manó szerint a hibák rendszerint három forrásból fakadnak:

- Hamis analógia.
- A következtetés hibái.
- A szemlélet hiányosságai.

A hibák száma jelentősen csökkenthető gondolkodtató feladatok megoldásával és a perceptív változatosság elvének alkalmazásával.

7. Beke Manó munkáiról

Középiskolai tankönyveiről már szóltunk, most az egyetemi tankönyveiről teszünk említést. Ilyen könyve az ú.n. Nagy Beke, vagyis a *Bevezetés a differenciál- és integrálszámításba*. Az 1908-ban írt kis Beke becenevű könyvét a széles olvasóközönségnek szánta. Több kiadásban is megjelent és kiváló bevezetést nyújtott az analízis fogalmaiba és módszereibe. Két évvel később jelent meg a *Differenciál- és integrálszámítás* című munkájának első kötete, amit fő művének tartott. Az egyetemi oktatásban már nagyon hiányzott egy olyan analízissel foglalkozó könyv, amely magyar nyelven foglalja össze a tudomány régi és új eredményeit is. Nagyon tanulságos a könyv Előszava:

„Így vagyunk igazi kézikönyveinkkel is. Egész életünk tudományos pályáján kísérő társaink, hű barátaink. Bennük évek, sőt évtizedek múlva is fedezünk fel új részleteket. A régiek, mint a megszokott tájak, barátságosan integetnek, és ha elmélyedünk bennük, ha lelkünk frissességével új részletekre bukkanunk, sokszor egészen új megvilágításba kerül a régi is, tudásunk harmonikusabbá, összefoglalóbbá, egységesebbé és így mélyebbé és erősebbé válik. Igaz, hogy igen kevés ilyen kézikönyvünk van, kevés ilyen öreg barátunk kísér bennünket tudományos pályánkon. De mind-egyikünknek vannak ilyen hű társai. Az ilyeneknek azután a hibáit is szívesebben elnézzük, sőt jól esik ezek fölött vitába ereszkedni velük. Így képzeltem mindig a tudományos kézikönyv szerepét. Hosszú időn át jó vezető, kísérő, segítőtárs, útmutató és azután kitartó hű barát legyen. Ez volt a programom.

E programnak megfelelően külsőleg is kifejezésre akartam juttatni, hogy e könyvet nemcsak egyszeri átolvasásra szánom. Ami első olvasásra való, azt rendszerint nagyobb betűvel szedtettem, a későbbre hagyandó részek kisebb betűsek, vagy ha nagyobb betűvel vannak is némely helyen szedve, szögletes zárójelbe tették.

Sokszor megtettem a pedagógia elvnek megfelelően, hogy a tételt először szemléletesen, vagy egyszerűbb esetében, vagy több feltétel mellett mutattam be és csak azután szabadítottam fel a szemlélettől, azután mutattam be, általánosságban, később kevesbítettem meg a feltételeket. Mindezt azért tettem, hogy az olvasóval éreztesssem a szigorú bizonyítás szükségességét, vele együtt állapítsam meg a feladat megoldásához szükséges feltételeket. Csakis így érhető el, hogy az olvasó a finomabb analízisekben is elmélyedjen, ha azok szükségességét érzi.

Alig szükséges megemlítenem, hogy mint volt középiskolai tanár, egyetlen alkalmat sem mulasztottam el – még ha itt-ott a szigorú rendszeresség rovására is volt – hogy a felsőbb matematikának a középiskolai tanításianyaggal való kapcsolatára ne utaljak.”

A könyv bírálatában Goldziher Károly kiemelte, hogy *„Ennek a munkának teljesítésével a tankönyvíró egyenesen önálló tudományos tevékenységet fejt ki, mely a*

tudomány jelen állás szempontjából mind tartalomban, mind módszerben könyvének értékét meghatározza.”

Az 1987-es rádióbeli riportban Császár Ákos professzor úr a következőképpen értékelte a Nagy Bekét:

„Ami a nagy kétkötetes differenciál- és integrálszámítás tankönyvet illeti, gazdag anyagot dolgoz fel, és imponáló a szerzőnek a korabeli irodalomban való tájékozottsága. Minden fejezet végén irodalomjegyzéket ad, és ebből látszik, hogy ismerte az akkor egyáltalán hozzáférhető könyv és kézikönyv irodalomnak jóformán minden egyes darabját. Német, angol, francia, olasz könyveknek garmadát idézi, és ajánlja az olvasó figyelmébe. Maga a feldolgozott anyag az előbb használtam azt a szót, hogy gazdag, valóban rendkívüli bőséges. Jóval meghaladja azt a kört, amelyet ma pl. az egyetemi előadásokban tárgyalni szoktunk. Az alapvető tételek mellett, amelyeket többé-kevésbé örökéletűnek mondhatunk ma már, egy sereg olyan talán kisebb jelentőségű, de önmagában érdekes témát, illetőleg részletet tárgyal, pl. végtelen sorok konvergenciájának számos különféle kritériumát, amelyeknek bizony ma már a nevét sem hallotta, nemhogy a hallgató, de sokszor még az ezen a területen dolgozó oktató sem.”

Másik alapvető könyve a *Determinánsok*, amelyet 1925-ben kényszernyugdíjaztatása idején írt. A bevezetésben itt arra utalt, hogy „alig van a matematika óriási birodalmában olyan terület, melyen a determinánsoknak kisebb-nagyobb szerepük ne volna.” Ez a könyv az első rendszeres magyar determinánselmélet, ami nyomtatásban megjelent. Beke Manó egyetemi előadásai, illetve tudományos munkássága alapján írta meg. Eleinte lassan halad, óvatosan és jól alapozza meg az egész anyagot, úgy, hogy közben felkeltse az olvasó érdeklődését és a gyakorlati készségét is fejlessze. Ez sikerül is neki. De később már gyorsabb ütemben haladt, és célja volt az is, hogy az olvasót a determinánselmélet újabb tudományos eredményeivel is megismertesse. Munkájában Hunyady Jenő és König Gyula érdemeit emelte ki.

Beke Manó sokféle és szerteágazó tevékenységet folytatott. Munkássága, pedagógiai elvei a 21. század tanárai számára is sok értéket rejtegetnek.

Irodalom

- [1] Bálint Elemér, Beke Manó, Szemelvények a Nyugat természettudományából, X. évf. 6. szám, 2006. Ponticulus Hungaricus.
- [2] Berényi Zsuzsanna Ágnes, Beke Manó állásfoglalása három erkölcsi kérdésben, A matematika tanítása, 1987, szeptember, XXXIV. évf. 4. szám.
- [3] Beke Manó önéletrajza.
- [4] Beke Manó, A debreceni tanszerkiállítás és a lemergi országos kiállítás tanügyi csoportja, Magyar Paedagógia, 1894, III. évf. 470-482.
- [5] Beke Manó - Mikola Sándor, *A középiskolai matematikatanítás reformja*, Franklin, Budapest, 1909.

- [6] Beke Manó - König Gyula, *Algebra a középiskolák számára*, Budapest, 1897, Eggenberger - féle könyvkereskedés (1913-tól csak Beke Manó neve alatt) Budapest.
- [7] Beke Manó, *Bevezetés a differenciál és integrálszámításba*, Franklin, Budapest, 1906.
- [8] Beke Manó, *Bevezetés a differenciál és integrálszámításba*, (átdolgozta Scharnitzky Viktor), Gondolat, Budapest, 1967.
- [9] Beke Manó, *Determinánsok*, Athenaeum, Budapest, 1925.
- [10] Beke Manó, *Differenciál- és integrálszámítás I-II*, Franklin, Budapest, 1910, 1916.
- [11] Beke Manó - Reif Jakab, *Érettségi vizsgálat feladatok gyűjteménye*, Singer és Wolfner, 1893, Reprint kiadás: INTEGRA-PROJEKT Kft., 1993.
- [12] Beke Manó, Gondolkodásunk általános hibái, Természettudományi Közlöny, 1889. XXI. kötet, október, 482-488.
- [13] Beke Manó - Mendlik Ferenc, Országos Középiskolai Tanáregyesületi Közlöny, 1902, XXXVI. Évf. 4. szám, október, 144-147.
- [14] Beke Manó, Tipikus hibák a matematika tanításában, Magyar Paedagógia, 1900. IX. évf. 9. szám, 520-530.
- [15] Beke Manó, *Vezérkönyv a népiskolai számtan oktatásához*, Egyetemi nyomda, Budapest, 1896.
- [16] Czeizel Endre, *Matematikusok, gének, rejtélyek*, Galenus Kiadó, 2011.
- [17] Hajnal Imre, Beke Manó tanári munkássága, BJMT, Budapest, 1986.
- [18] História-Tudósnaptár: Beke József
- [19] Tom Kando, *A Tale of Survival: From War Ravaged Europe to the Promise of America*, Kindle Edition, 2012.
- [20] Kántor Sándorné, Tanítási eszközök alkalmazása a matematika és fizika középiskolai oktatásában 1850-1945 között, ELTE Szakmódszertani Közleményei, XIV. 2. kötet, 1981, 31-80.
- [21] Kántor Sándorné - Herczeg Zsófia, *Beke Manó emlékdíjasok*, szakdolgozat, DE TTK, 2011.
- [22] Kovácsné Szabó Katalin - Kovács Miklós, *Beke Manó élete és munkássága*, szakdolgozat, Debrecen, KLTE TTK, 1988. (Témavezető: Kántor Sándorné)
- [23] *Magyar Életrajzi Lexikon*, Beke Margit, Főszerk: Kenyeres Ágnes, Budapest, Akadémiai Kiadó, 1967.
- [24] Obláth Richárd, Beke Manó, a nagy magyar tanár, A matematika tanítása, 1956.
- [25] Sándor Anna, Ata Kandó, [http:// atakando.com/cv.html](http://atakando.com/cv.html)
- [26] *Új Magyar Lexikon*, Szerk. Berei Andor et al, Budapest, Akadémiai Kiadó, 1967.