

Záróvizsga tételek az Alkalmazott matematikus mesterszakon

2026. 03. 02.

Alkalmazott analízis specializáció

1. Algoritmusok és bonyolultságuk

Dinamikus programozás, folyam algoritmusok, algoritmusok amortizációs elemzése, adatstruktúrák, kupacok, LZW tömörítő algoritmus, Turing-gép, nem-determinisztikus számolások, bonyolultsági osztályok és viszonyaik, redukciók és teljes problémák, NP-teljesség, példák, véletlen algoritmusok.

2. Differenciálegyenletek

Kezdetiérték-probléma megoldásának létezése, egyértelműsége, simasága. Lineáris autonóm rendszerek. Nemlineáris rendszerek. Stabilitás: linearizálás, Ljapunov-tételek. Lineáris parciális differenciálegyenletek: transzport egyenlet, a hővezetés egyenlete, a hullámegyenlet.

3. Differenciálegyenletek numerikus megoldása

Közönséges differenciálegyenletek: Euler, Runge-Kutta módszerek, véges elemek módszere. A diffúzió és hővezetés numerikus módszerei, explicit, implicit módszerek, a véges elemek módszere, Dirichlet és Neumann peremfeltételek; a hullámegyenlet véges differencia megoldása, a CFL-feltétel, véges elemes megoldás.

4. Diszkrét matematika

Erősen reguláris gráfok, gráfok sajátértékei, mohó csúcsszínezések, Vizing-tétel (élszínezések), párosítások, síkgráfok.

5. Fourier-sorok, ortogonális polinomok, sorfejtések

Trigonometrikus sorok ortogonális polinomrendszerek, Fourier-sorok konvergenciája, a Fourier- és a Laplace-transzformáció.

6. Funkcionálanalízis

Banach terek, Hilbert terek. Korlátos lineáris operátorok és funkcionálok. A lineáris funkcionálanalízis alaptételei (nyílt leképezések tétele, zárt gráf tétel, egyenletes korlátosság tétele). Korlátos operátor spektruma, önadjungált kompakt operátorok spektráltétele.

7. Idősorok statisztikai elemzése

Stacionárius folyamatok definíciói, autokorrelációs- és parciális autokorrelációs függvény, spektrálemélet, ARMA-folyamatok és statisztikájuk, Yule-Walker egyenletek.

8. Konvergenciatípusok, eloszlásbeli konvergencia

Karakterisztikus függvények, konvergenciatípusok, portmanteau tétel, centrális határeloszlás-tétel, többdimenziós normális eloszlás, felújítási elmélet, Poisson-folyamat.

9. Optimalizálási eljárások

Az optimalizálás alapfeladata és speciális esetei, Lagrange-dualitás, gyenge és erős dualitás tételek, Karush-Kuhn-Tucker-tétel, az LP feladat és SDP feladat kombinatorikai alkalmazásai, korlátozás és szétválasztás módszerek alkalmazásai.

10. Véletlen változók, várható érték, nagy számok törvényei

Véletlen változók és vektorváltozók, eloszlásfüggvény, várható érték, momentumok, függetlenség, Borel-Cantelli-lemmák, Kolmogorov 0-1 törvénye, nagy számok törvényei.

11. Többváltozós és vektorértékű függvények

Többszörös integrál, vonalintegrál, felületi integrál, Green-tétel, Gauss-tétel, Stokes-tétel, az integrálszámítás fizikai és műszaki alkalmazásai.

12. Dinamikus rendszerek

Stabilitás. Invariáns sokaságok. Elemi bifurkációk. Káosz. Szimbolikus dinamika. Határhalmazok, Poincaré–Bendixson-tétel. Poincaré-leképezés. Periodikus pályák stabilitása, orbitális stabilitás. Strukturális stabilitás, generikusság. Hartman–Grobman-tétel.

13. Numerikus matematika.

Mátrixok sajátértékei QR-iterációval és inverz hatvány módszerrel. Többváltozós Newton-iteráció. Optimum STP és konjugált-gradiens módszerrel. Moore-Penrose inverz, spline regresszió. Intervallum-aritmetika.

14. Parciális differenciálegyenletek

Reprezentációs formulák a Laplace-egyenletre, a hővezetés egyenletére és a hullámeqyenletre. Disztribúciók, Szoboljev-terek. Elliptikus PDE-k variációs alakja. Gyenge megoldások. A Lax-Milgram-tétel.

15. Topológia és sokaságok

Topológiák megadása, konvergencia, metrikus terek, kompaktság és teljesség. Differenciálható sokaságok, Riemann-metrika és kovariáns deriválás, görbületek. Differenciálformák és Gauss–Bonet-tétel.

Műszaki matematika specializáció

1. Algoritmusok és bonyolultságuk

Dinamikus programozás, folyam algoritmusok, algoritmusok amortizációs elemzése, adatstruktúrák, kupacok, LZW tömörítő algoritmus, Turing-gép, nem-determinisztikus számolások, bonyolultsági osztályok és viszonyaik, redukciók és teljes problémák, NP-teljeség, példák, véletlen algoritmusok.

2. Differenciálegyenletek

Kezdetiérték-probléma megoldásának létezése, egyértelműsége, simasága. Lineáris autonóm rendszerek. Nemlineáris rendszerek. Stabilitás: linearizálás, Ljapunov-tételek. Lineáris parciális differenciálegyenletek: transzport egyenlet, a hővezetés egyenlete, a hullámeqyenlet.

3. Differenciálegyenletek numerikus megoldása

Közönséges differenciálegyenletek: Euler, Runge-Kutta módszerek, véges elemek módszere. A diffúzió és hővezetés numerikus módszerei, explicit, implicit módszerek, a véges elemek módszere, Dirichlet és Neumann peremfeltételek; a hullámeqyenlet véges differencia megoldása, a CFL-feltétel, véges elemes megoldás.

4. Diszkrét matematika

Erősen reguláris gráfok, gráfok sajátértékei, mohó csúcsszínezések, Vizing-tétel (élszínezések), párosítások, síkgráfok.

5. Fourier-sorok, ortogonális polinomok, sorfejtések

Trigonometrikus sorok ortogonális polinomrendszerek, Fourier-sorok konvergenciája, a Fourier- és a Laplace-transzformáció.

6. Funkcionálanalízis

Banach terek, Hilbert terek. Korlátos lineáris operátorok és funkcionálok. A lineáris funkcionálanalízis alaptételei (nyílt leképezések tétele, zárt gráf tétel, egyenletes korlátosság tétele). Korlátos operátor spektruma, önadjungált kompakt operátorok spektráltétele.

7. Idősorok statisztikai elemzése

Stacionárius folyamatok definíciói, autokorrelációs- és parciális autokorrelációs függvény, spektrálmélet, ARMA-folyamatok és statisztikájuk, Yule–Walker egyenletek.

8. Konvergenciatípusok, eloszlásbeli konvergencia

Karakterisztikus függvények, konvergenciatípusok, portmanteau tétel, centrális határeloszlás-tétel, többdimenziós normális eloszlás, felújítási elmélet, Poisson-folyamat.

9. Optimalizálási eljárások

Az optimalizálás alapfeladata és speciális esetei, Lagrange-dualitás, gyenge és erős dualitás tételek, Karush–Kuhn–Tucker-tétel, az LP feladat és SDP feladat kombinatorikai alkalmazásai, korlátozás és szétválasztás módszerek alkalmazásai.

10. Véletlen változók, várható érték, nagy számok törvényei

Véletlen változók és vektorváltozók, eloszlásfüggvény, várható érték, momentumok, függetlenség, Borel-Cantelli-lemmák, Kolmogorov 0-1 törvénye, nagy számok törvényei.

11. Többváltozós és vektorértékű függvények

Többszörös integrál, vonalintegrál, felületi integrál, Green-tétel, Gauss-tétel, Stokes-tétel, az integrálszámítás fizikai és műszaki alkalmazásai.

13. Numerikus matematika.

Mátrixok sajátértékei QR-iterációval és inverz hatvány módszerrel. Többváltozós Newton-iteráció. Optimum STP és konjugált-gradiens módszerrel. Moore-Penrose inverz, spline regresszió. Intervallum-aritmetika.

13. Elméleti mechanika

Newton törvények. Rezgések. Mozgás gravitációs térben. Kéttest probléma. Kepler törvények. Mozgások a forgó Földön. Az n -test probléma, a 10 első integrál. A Galilei-féle relativitási elv. Kényszerfeltételek. Lagrange-egyenletek. Variációs elvek. Hamilton egyenletek. Megmaradási tételek.

14. Irányításelmélet

Lineáris irányítás-elmélet, Kálmán tétele az irányíthatóságról. A megfigyelhetőség és az irányíthatóság dualitása. Idő és frekvenciatartományok, Laplace-transzformált és a transzfer-függvény. PID és egyéb kontroll design. Optimális irányítás, bang-bang elv. Összefüggés a variációszámítással. Pontrjagin-elv.

15. Kódoláselmélet

Hibajelző- és hibajavító kódok. Nyilvános kulcsú matematikai titkosítások.

Pénzügy-matematika specializáció

1. Algoritmusok és bonyolultságuk

Dinamikus programozás, folyam algoritmusok, algoritmusok amortizációs elemzése, adatstruktúrák, kupacok, LZW tömörítő algoritmus, Turing-gép, nem-determinisztikus számolások, bonyolultsági osztályok és viszonyaik, redukciók és teljes problémák, NP-teljesség, példák, véletlen algoritmusok.

2. Differenciálegyenletek

Kezdetiérték-probléma megoldásának létezése, egyértelműsége, simasága. Lineáris autonóm rendszerek. Nemlineáris rendszerek. Stabilitás: linearizálás, Ljapunov-tételek. Lineáris parciális differenciálegyenletek: transzport egyenlet, a hővezetés egyenlete, a hullámegyenlet.

3. Differenciálegyenletek numerikus megoldása

Közönséges differenciálegyenletek: Euler, Runge-Kutta módszerek, véges elemek módszere. A diffúzió és hővezetés numerikus módszerei, explicit, implicit módszerek, a véges elemek módszere, Dirichlet és Neumann peremfeltételek; a hullámegyenlet véges differencia megoldása, a CFL-feltétel, véges elemes megoldás.

4. Diszkrét matematika

Erősen reguláris gráfok, gráfok sajátértékei, mohó csúcsszínezések, Vizing-tétel (élszínezések), párosítások, síkgráfok.

5. Fourier-sorok, ortogonális polinomok, sorfejtések

Trigonometrikus sorok ortogonális polinomrendszerek, Fourier-sorok konvergenciája, a Fourier- és a Laplace-transzformáció.

6. Funkcionálanalízis

Banach terek, Hilbert terek. Korlátos lineáris operátorok és funkcionálok. A lineáris funkcionálanalízis alaptételei (nyílt leképezések tétele, zárt gráf tétel, egyenletes korlátosság tétele). Korlátos operátor spektruma, önadjungált kompakt operátorok spektráltétele.

7. Idősorok statisztikai elemzése

Stacionárius folyamatok definíciói, autokorrelációs- és parciális autokorrelációs függvény, spektrálmélet, ARMA-folyamatok és statisztikájuk, Yule–Walker egyenletek.

8. Konvergenciatípusok, eloszlásbeli konvergencia

Karakterisztikus függvények, konvergenciatípusok, Portmanteau tétel, centrális határeloszlás-tétel, többdimenziós normális eloszlás, felújítási elmélet, Poisson-folyamat.

9. Optimalizálási eljárások

Az optimalizálás alapfeladata és speciális esetei, Lagrange-dualitás, gyenge és erős dualitás tételek, Karush–Kuhn–Tucker-tétel, az LP feladat és SDP feladat kombinatorikai alkalmazásai, korlátozás és szétválasztás módszerek alkalmazásai.

10. Véletlen változók, várható érték, nagy számok törvényei

Véletlen változók és vektorváltozók, eloszlásfüggvény, várható érték, momentumok, függetlenség, Borel-Cantelli-lemmák, Kolmogorov 0-1 törvénye, nagy számok törvényei.

11. Martingálok

Feltételes várható érték, martingálok diszkrét és folytonos időben, Doob–Meyer-felbontás, Doob maximálegyenlőtlensége, martingál konvergencia tétel.

12. Wiener-folyamat, Markov-folyamatok

Wiener-folyamat definíciója és tulajdonságai, Markov-folyamatok, Chapman–Kolmogorov-egyenletek, Kolmogorov egyenletei.

13. Sztochasztikus kalkulus és alkalmazásai

Sztochasztikus integrál definíciója, Itô-formula, sztochasztikus differenciálegyenletek, Girsanov-tétel, folytonos idejű piacok, Black-Scholes-modell.

14. Pénzügyi és kockázati folyamatok

Diszkrét idejű piacok, portfólió és fedezet, arbitrázs és teljesség, CRR formula, klasszikus rizikófolyamat, Cramér–Lundberg-tétel, Lundberg-kitevő.

15. Statisztika

Elégségesség és teljesség, Fisher-információ, Cramér–Rao-egyenlőtlenség, Rao–Blackwell-Kolmogorov-tétel, hipotézisvizsgálat, Neyman–Pearson-lemma, lineáris regresszió, varianciaanalízis.

Matematikai adattudomány specializáció

1. Algoritmusok és bonyolultságuk

Dinamikus programozás, folyam algoritmusok, algoritmusok amortizációs elemzése, adatstruktúrák, kupacok, LZW tömörítő algoritmus, Turing-gép, nem-determinisztikus számolások, bonyolultsági osztályok és viszonyaik, redukciók és teljes problémák, NP-teljeség, példák, véletlen algoritmusok.

2. Differenciálegyenletek

Kezdetiérték-probléma megoldásának létezése, egyértelműsége, simasága. Lineáris autonóm rendszerek. Nemlineáris rendszerek. Stabilitás: linearizálás, Ljapunov-tételek. Lineáris parciális differenciálegyenletek: transzport egyenlet, a hővezetés egyenlete, a hullámeqyenlet.

3. Matematikai adattudomány

Adatvezérelt modellezés, főkomponens-analízis, spektrális beágyazások. Automatikus differenciálás, gradiens alapú optimalizálási algoritmusok. Bayes-féle valószínűségi módszerek, lineáris regresszió. Lineáris bázisfüggvény modellek. Gépi tanulás munkafolyamata. Osztályozási modellek.

4. Diszkrét matematika

Erősen reguláris gráfok, gráfok sajátértékei, mohó csúcsszínezések, Vizing-tétel (élszínezések), párosítások, síkgráfok.

5. Fourier-sorok, ortogonális polinomok, sorfejtések.

Trigonometrikus sorok ortogonális polinomrendszerek, Fourier-sorok konvergenciája, a Fourier- és a Laplace-transzformáció.

6. Funkcionálanalízis

Banach terek, Hilbert terek. Korlátos lineáris operátorok és funkcionálok. A lineáris funkcionálanalízis alaptételei (nyílt leképezések tétele, zárt gráf tétel, egyenletes korlátosság tétele). Korlátos operátor spektruma, önadjungált kompakt operátorok spektráltétele.

7. Idősorok statisztikai elemzése

Stacionárius folyamatok definíciói, autokorrelációs- és parciális autokorrelációs függvény, spektrálmélet, ARMA-folyamatok és statisztikájuk, Yule–Walker egyenletek.

8. Konvergenciatípusok, eloszlásbeli konvergencia

Karakterisztikus függvények, konvergenciatípusok, portmanteau tétel, centrális határeloszlás-tétel, többdimenziós normális eloszlás, felújítási elmélet, Poisson-folyamat.

9. Optimalizálási eljárások

Az optimalizálás alapfeladata és speciális esetei, Lagrange-dualitás, gyenge és erős dualitás tételek, Karush–Kuhn–Tucker-tétel, az LP feladat és SDP feladat kombinatorikai alkalmazásai, korlátozás és szétválasztás módszerek alkalmazásai.

10. Véletlen változók, várható érték, nagy számok törvényei

Véletlen változók és vektorváltozók, eloszlásfüggvény, várható érték, momentumok, függetlenség, BorelCantelli-lemmák, Kolmogorov 0-1 törvénye, nagy számok törvényei.

11. Többváltozós és vektorértékű függvények

Többesrörös integrál, vonalintegrál, felületi integrál, Green-tétel, Gauss-tétel, Stokes-tétel, az integrálszámítás fizikai és mőszaki alkalmazásai.

13. Numerikus matematika.

Mátrixok sajátértékei QR-iterációval és inverz hatvány módszerrel. Többváltozós Newton-iteráció. Optimum STP és konjugált-gradiens módszerrel. Moore-Penrose inverz, spline regresszió. Intervallum-aritmetika.

13. Adatbányászat, mesterséges neuronhálók

Adatreprezentáció. Mértékek – hasonlóságok, távolságok. Dimenziócsökkentés. Gyakori minták bányászata, webbányászat. Klaszterezés. Mesterséges neuron, neuronháló, mély háló felépítése. Neuronhálók tanítása, aktivációs függvények. Konvolúciós neuronhálók.

14. Irányításelmélet

Lineáris irányítás-elmélet, Kálmán tétele az irányíthatóságról. A megfigyelhetőség és az irányíthatóság dualitása. Idő és frekvenciatartományok, Laplace-transzformált és a transzfer-függvény. PID és egyéb kontroll design. Optimális irányítás, bang-bang elv. Összefüggés a variációszámítással. Pontrjagin-elv.

15. Kódoláselmélet

Hibajelző- és hibajavító kódok. Nyilvános kulcsú matematikai titkosítások.