

Szőkefalvi Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LXII. esztendő

2025-2026. tanév

9. évfolyam

II. forduló

1. Bizonyítsuk be, hogy négy egymást követő természetes szám szorzatához 1-et adva négyzetszámot kapunk.

2. Hány természetes számokból álló $(x; y)$ rendezett számpár elégíti ki az alábbi egyenletet?

$$x + y + xy = 2025$$

3. Határozzuk meg a 0-tól különböző a valós paraméter értékét úgy, hogy a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = ax^2 - 2x + a + 1$ függvény

a) legnagyobb;

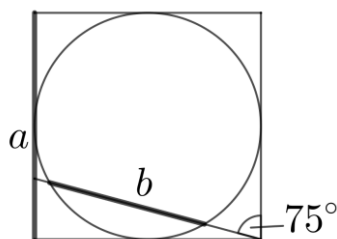
b) legkisebb

értéke 1 legyen. Határozzuk meg, hogy a függvény ezekben az esetekben, hol veszi föl szélsőértékét.

4. a) Hány olyan egymást követő természetes számokból álló számhármass van, ahol a számhármass első és harmadik tagja prímszám, a középső tag pedig prímszám?

b) Hány olyan prímszám van, ami ikerprímek közé esik? (Ikerprímnek nevezünk két prímszámot, ha különbségük 2. Ilyen ikerprímek például a 17 és a 19.)

5. Léteznek-e olyan a és b egész számok, amelyekre az ábrán jelölt megfelelő szakaszok a és b hosszúságúak?



6. Egy táblára felírtuk 1-gyel kezdve az egymás utáni pozitív egész számokat egy bizonyos számig. Majd a felírt számok közül egyet letöröltünk. A megmaradt számok számtani közepe (átlaga) $\frac{602}{17}$ -del egyenlő. Melyik számot töröltük le?