

Szőkefalvi Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LXII. esztendő

2025-2026. tanév

11. évfolyam

II. forduló

1. Mely valós x értékre teljesül, hogy $\log_a b + \log_b a \leq 2$, ha $a = \frac{x^2 - x + 20}{50}$ és $b = \frac{x^2 - 8x + 17}{50}$?

2. Egy derékszögű háromszög köré írt kör sugara a háromszögbe írt kör sugarának $\frac{13}{4}$ -szerese. Mekkora a háromszög hegyesszögei?

3. Adjuk meg az összes olyan x valós számot, amely egyszerre elégíti ki az alábbi két egyenletet.

$$\sin(\log_{\sqrt{2}} \sqrt{x}) = 0$$

$$\sin(\sqrt{\log_{\sqrt{2}} x}) = 0$$

4. Tekintsük a derékszögű koordináta rendszerben az $A(-6; 10)$ és $B(4; 14)$ pontokat. Számítsuk ki annak a $2x - 5y + 4 = 0$ egyenletű egyenesen lévő P pontnak a koordinátáit, amelyre az AP és PB szakaszok hosszának összege minimális.

5. Van-e olyan m pozitív egész szám, hogy $5m$ ötödik, $6m$ hatodik, $7m$ hetedik hatványa egy egész számnak?

6. Egy 3×3 -as amőba táblán minden lépésben véletlenszerűen megjelenik az egyik üres mezőben egy X vagy egy kör, minden üres mezőre nézve egyenlő valószínűséggel. Ezután a maradék üres mezőkre ez megismétlődik. Ez addig történik, amíg az X vagy a kör nyer, tehát egy sor, oszlop vagy nagyátló egyforma jelekkel telik meg, vagy amíg be nem telik a tábla. Mekkora valószínűséggel ér véget a játék legfeljebb 4 lépésben?