

Szőkefalvi Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LXII. esztendő

2025-2026. tanév

11. évfolyam

I. forduló

1. A sík adott n darab egyenese közül semelyik kettő nem párhuzamos. Tudjuk, hogy bármelyik kettő metszéspontján még legalább egy további egyenes is átmegy. Bizonyítsuk be, hogy az összes egyenes egy ponton megy keresztül.

2. Melyik az a négyjegyű pozitív egész szám, amellyel 21 685-öt elosztva 37-et, 33 509-et elosztva pedig 53-at kapunk maradékul?

3. Az a és b hosszúságú oldalakkal rendelkező deltoidba r sugarú kör írható. Igazoljuk, hogy ha a deltoid hűrnégyszög, akkor $\frac{1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

4. Mivel egyenlő $|A - B|$, ha

$$A = 506 \cdot \left(\frac{\sqrt{2025} + 1}{\sqrt{2025} - 1} - \frac{\sqrt{2025} - 1}{\sqrt{2025} + 1} \right) \text{ és}$$
$$B = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024} + \sqrt{2025}} ?$$

5. Határozzuk meg a $\log_3 x - \log_3 y$ kifejezés értékét, ha az x és y pozitív valós számokra teljesül a $3x^2 + 11xy - 4y^2 = 0$ egyenlet.

6. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán.

$$({}_x)^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$$