

Szőkefalvi Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LXI. esztendő

2024-2025. tanév

9. évfolyam

II. forduló

1. Adott tíz különböző kétjegyű pozitív egész szám. Mutassuk meg, hogy ezen számok közül némelyek (akár az összes) felhasználásával mindig képezhetünk két olyan közös elem nélküli halmazt, hogy az egyikben lévő elemek összege egyenlő a másikban lévő elemek összegével.

2. Mutassuk meg, hogy ha két egész szám különbsége 2, akkor köbeik különbségének abszolútértéke felbontható három szám négyzetének összegére.

3. Egy rombusz egyik átlója 1,6-szer olyan hosszú, mint a rombusz oldala. Hányszor olyan hosszú a másik átló és a rombusz magassága, mint a rombusz oldala?

4. Melyik az a legkisebb 36-tal osztható pozitív egész szám, amelynek tízes számrendszerbeli alakja csak 1-es és 2-es számjegyeket tartalmaz?

5. Adjuk meg a $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2px + p - x + 5$ ($p \in \mathbb{R}$) másodfokú függvény minimumának maximális értékét.

6. Képezzük a tízes számrendszerben a következő számot:

122333444455555...1010...10...nn...n.

Ebben a számban n -ig minden egyes pozitív egész szám pontosan annyszor szerepel egymás után, amennyi a szám értéke. Jelölje $N(n)$ a szám számjegyeinek számát. Oldjuk meg az

$$N(n) = n^2$$

egyenletet a legfeljebb kétjegyű pozitív egész számok halmazán.