

Szőkefalvi Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LXI. esztendő

2024-2025. tanév

12. évfolyam

I. forduló

1. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán.

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$$

2. Egy konvex sokszög szögei egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A sorozat első tagja α , differenciája $\frac{\alpha}{2}$. Mekkora α fokokban mért értéke, ha tudjuk, hogy a sokszög a lehető legnagyobb oldalszámú?

3. Egy háromszög köré írt körének sugara R , beírt körének sugara r . Mutassuk meg, hogy ha a jelöli a háromszög leghosszabb oldalát, m pedig a legrövidebb magasságát, akkor $\frac{R}{r} > \frac{a}{m}$.

4. Az $ABCD$ trapéz (alapjai AB és CD) érintőnégyyszög. A beírt körhöz az átellenes A és C csúcsból húzott érintőszakaszok hossza rendre p és q . Bizonyítsuk be, hogy $p \cdot CD = q \cdot AB$.

5. Határozzuk meg az összes olyan pozitív egész n számot, amelyre teljesül, hogy létezik n darab egymást követő pozitív egész szám, amelyek összege prím.

6. Hányféleképpen írható fel a 2024 egy vagy több pozitív egész szám összegeként úgy, hogy ha az összeg tagjait nem csökkenő sorrendbe írjuk, akkor az utolsó és az első tag különbsége legfeljebb 1?