

Szőkefalvi Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LXI. esztendő

2024-2025. tanév

11. évfolyam

I. forduló

1. A 2^{2024} számot írjuk fel tízes és ötös számrendszerben is. Mennyi a két felírás számjegyei számának különbsége?

2. Egy derékszögű háromszög oldalainak hossza egész szám. Igazoljuk, hogy a háromszög három egyenlő területű részre vágható úgy, hogy a részek területe is egész szám legyen.

3. Melyik az a legnagyobb palindrom szám, azaz balról jobbra és jobbról balra olvasva megegyező (pl. 12321) szám, amelyben a számjegyek összege 40 és semelyik számjegy sem fordul elő benne kettőnél többször?

4. Az $ABCDEF$ egységnyi oldalú szabályos hatszög AB oldalának egy tetszőleges belső pontját jelölje P , az AP szakasz hossza pedig legyen x . A PE és AD szakaszok metszéspontját jelölje M . Adjuk meg az MPD háromszög területét x függvényében.

5. A másodfokú $p(x)$ polinom együtthatói egész számok. Mennyi a gyökök szorzatának maximális értéke, ha $p(\sqrt{7}) = 2031 + 2024 \cdot \sqrt{7}$?

6. Hány lehetséges értéket vehet fel a következő egyenlőtlenség-rendszert teljesítő $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{2024}$ változók $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{2024}$ szorzata?

$$x_1 \cdot x_2 + 1 \leq 2 \cdot x_2$$

$$x_2 \cdot x_3 + 1 \leq 2 \cdot x_3$$

$$\vdots$$

$$x_{2023} \cdot x_{2024} + 1 \leq 2 \cdot x_{2024}$$

$$x_{2024} \cdot x_1 + 1 \leq 2 \cdot x_1$$