

# Szőkefalvi Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LXI. esztendő

2024-2025. tanév

10. évfolyam

I. forduló

1. Hány négyzetszám található az alábbi 1012 darab összeg között?

2; 2+4; 2+4+6; 2+4+6+8; ...; 2+4+6+8+...+2022+2024

2. Egy körvonalra felírtunk öt különböző számot. Utána mindegyik számot letöröltük, és helyére a kétszeresének és az eredeti, az óramutató járása szerint jobb oldali szomszédjának az összegét írtuk. Így az óramutató járása szerint az öt szám: 13; 2; -1; 17; 11. Melyik volt az eredeti öt szám?

3. Egy hegyesszögű háromszög két oldalára kifelé négyzeteket rajzoltunk. Bizonyítsuk be, hogy ezeknek a négyzeteknek azon közös csúccsal rendelkező darabjai, amelyeket az oldalakkal szemközti csúcsra illeszkedő magasságvonalak vágnak ki belőlük, egyenlő területűek.

4. Határozzuk meg az  $x^2 + px + q = 0$  egyenletben a  $p$  és  $q$  értékét úgy, hogy az egyenlet két valós gyöke is  $p$  és  $q$  legyen.

5. Egy táblára fölírtuk az  $x^2 + 20x + 24 = 0$  egyenletet. Ezután új egyenletet írtunk a táblára úgy, hogy az első egyenletben vagy az elsőfokú tag együtthatóját, vagy a konstans tagot növeltük vagy csökkentettük 1-gyel (de egy lépésben csak az egyiket). Ilyen lépésekkel eljutottunk az  $x^2 + 24x + 20 = 0$  egyenlethez. Bizonyítsuk be, hogy volt közben olyan egyenlet a táblán, amelynek gyökei egész számok voltak.

6. Hány rácspontra illeszkedik a valós számok lehető legbővebb részhalmazán értelmezett  $f$  függvény grafikonjára, ha  $f(x) = \frac{3x^2 + 15x + 12}{x^2 + 4x + 3}$ ?

(Rácspontok a derékszögű koordináta-rendszerben azok a pontok, amelyeknek mindkét koordinátája egész szám.)