

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVII. esztendő

2018-2019. tanév

11. évfolyam

I. forduló

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet.

$$\sqrt{4x-1} + \sqrt{4x^2-1} = 1$$

2. Mutassuk meg, hogy a négyzetszámoknál 1-gyel nagyobb számok nem oszthatók sem 3-mal, sem 7-tel.

3. Adott k kör belsejében adottak az A és B (különböző) pontok úgy, hogy az AB szakasz nem illeszkedik a kör egyik átmérőjére sem. A k körvonal mely pontjaiból látszik az AB szakasz a legnagyobb szögben? (Adjunk eljárást ezen pontok megszerkesztésére.)

4. A p valós paraméter mely értékei esetén esnek a $[0; 5]$ intervallumba az

$$x^2 + px + 1 = 0$$

egyenlet gyökei?

5. Az ABC háromszög belső szögfelező egyenesei a BC , CA , AB oldalakat rendre a P , Q , R pontban metszik. Mely ABC háromszögekre teljesül a következő állítás: „Az ABC háromszög belső szögfelező egyenesei azonosak a PQR háromszög belső szögfelező egyenesével.”?

6. Az A és B halmazok elemei egész számok, és B kételemű. Tudjuk, hogy az összes egész szám egyértelműen állítható elő egy A -beli és egy B -beli szám összegeként. Bizonyítsuk be, hogy mindazok az egész számok, amelyek nem állíthatók elő két (nem feltétlenül különböző) A -beli szám különbségeként, ugyanannak az egész számnak a páratlan többszörösei.