Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LV. esztendő

2016-2017. tanév

9. évfolyam

II. forduló

1. Zsebszámológép használata nélkül határozzuk meg a következő összeg pontos értékét.

$$\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+...+\frac{1}{1+2+3+...+2015+2016}+\frac{1}{1+2+3+...+2016+2017}$$

2. Az $ABCD$ négyzetben M az AD oldal felezőpontja, N pedig az MD szakasz felezőpontja. Bizonyítsuk be, hogy az NBC szög kétszer akkora, mint az ABM szög.

3. Határozzuk meg a következő kifejezés legkisebb értékét, ha a, b, c valós számokat jelölnek.

$$3a^2+27b^2+5c^2-18ab-30c+237$$

4. Az $ABCD$ trapéz párhuzamos oldalai AD és BC. A DAB szög felezője a CD oldalt E-ben metszi. Tudjuk, hogy az ABC szög felezője illeszkedik E-re. Mutassuk meg, hogy

$$AB=AD+BC\,.$$

5. Határozzuk meg azt a legnagyobb négyzetszámot (egy pozitív egész szám négyzetét) a tízes számrendszerben, amelyre teljesülnek a következők:
(1) egyik számjegye sem 0;
(2) ha a szám végéről az utolsó két számjegyet töröljük, akkor a visszamaradó szám is négyzetszám.

6. Adott az első húsz pozitív egész szám H halmaza, azaz $H=\{1;2;3;...;19;20\}$. Hány olyan négyelemű $\{a;b;c;d\}$ részhalmaza van H-nak, amelyre teljesül, hogy $a+b+c+d$ osztható 3-mal?