Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LIV. esztendő

2015-2016. tanév

10. évfolyam

II. forduló

1. Egy matematika dolgozatban a tanár kitűzött egy olyan, $ax^2+bx+c=0$ alakú másodfokú egyenletet, amelynek nincs valós gyöke. András rosszul írta le az *a* főegyütthatót, ezért két valós gyököt kapott, a 2-t és a 4-et. Bea az egyik tag előjelét rontotta el, így ő is két valós gyököt kapott, a -1-et és a 4-et. Számítsuk ki az eredeti egyenletre vonatkozóan $\frac{b+c}{a}$ értékét.

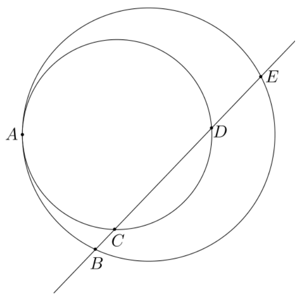
2. Egy négyzetbe egy szabályos tizenkétszöget írtunk úgy, hogy a négyzet négy oldalfelező pontja a tizenkétszög négy csúcsa. Számítsuk ki a tizenkétszög és a négyzet kerületének és területének arányát.

3. A tízes számrendszerben érvényes a következő egyenlőség (azonos betűk azonos, különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek):

$$\frac{\overline{bbb}}{\overline{abc}} = \overline{d,dededede...} = \overline{d,\dot{d}\dot{e}}\,.$$

Határozzuk meg *a*, *b*, *c*, *d* és *e* értékét.

4. A különböző sugarú k_1 és k_2 körök belülről érintik egymást az *A* pontban. Egy egyenes metszi mindkét kört az ábrán látható módon. Bizonyítsuk be, hogy a *DAB* szög egybevágó az *EAC* szöggel.



5. Adott a $H=\{1;2;3;5;10;20;25;50\}$ halmaz. Bizonyítsuk be, hogy *H* elemei közül kiválasztható négy szám úgy, hogy 1-től 120-ig minden pozitív egész szám előáll a kiválasztott négy számból képzett legfeljebb héttagú összegként.

6. Az *a*, *b*, *c* betűkből hány olyan 2016 betűt tartalmazó „szó” (betűsorozat) készíthető, amelyben az *a* páros sokszor fordul elő?