

Geometria a Bolyai Intézet NAPPALI Matematika alapképzési (BSc) szakán

Kötelező órák

Félév/szakirány	mentes	alk.matos	matematikus	tanár
1. félév - őszi	-----			
2. félév - tavasz	Euklidészi geometria (MBN231: 4+2 óra, 7 kreditért)			
3. félév- őszi	-----	-----	Konvex és diszkrét geometria (MBN331: 3+2,6)	Nemeuklidészi geometriák (MBN332: 4+2,7)
4. félév- tavasz	Alkalmazott geometria (MBN431: 3+0,4)		-----	-----
5.félév- őszi			Differenciálgeo. (MBN532: 3+2,6)	Diff.geo. alapjai (MBN531: 2+1,4)
	<i>Köt.vál.tárgy.</i>	<i>Köt.vál.tárgy.</i>	<i>Köt.vál.tárgy.</i>	<i>Köt.vál.tárgy.</i>
6. félév- tavasz	<i>Köt.vál.tárgy.</i>	<i>Köt.vál.tárgy.</i>	<i>Köt.vál.tárgy.</i>	<i>Köt.vál.tárgy.</i>

Kötelezően választható tárgyak (bármelyiket felvehetik, a jelzetteket kivéve (2+0,3)-típusúak)

Ősszel	Számítógépes ábrázoló geometria (MBN033=Mv5305), Algebrai görbék (MBN034=Mv3301), Transzformációcsoportok (MBN035=MBN038=Mv3315)
Tavasszal	Algoritmikus geometria (MBN031=Mv3401), Geometriai tomográfia (MBN032=Mv6301)
Igény szerinti	Véges geometria (MBN???=Me????: 2+1,4) Kombinatorikus geometria (MBN???=Me5303: 2+0,3) Szemléletes topológia (MBN???=Mv1307: 2+0,3) Geometriák és modelljeik (MBN???=Mv3305: 2+0,3)

Matematika BSc geometriai tárgyai

Tantárgy neve: Euklideszi geometria*			Tantárgyfelelős oktató: Kurusa Árpád	
Kredit: 7	Előadás: 4	Gyakorlat: 2	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K+Gy
Tantárgyi tematika: Euklideszi sík és tér gyors axiomatikája (illeszkedés, rendezés, metrika, tükrözés). Merőlegesség. Kötétt vektor, szabad vektor, helyvektorok, lineáris függőség, függetlenség, generálás, bázis, dimenzió. (Affin) sík és tér koordinátázása, koordináta transzformáció, bázisváltás, determináns és sík irányítása. Affin transzformáció, mint lineáris leképezés és eltolás egyértelmű szorzata. Affin független pontok, affinitások alaptétele. Norma, tulajdonságai, ortogonalitás, paralellogramma szabály, Euklideszi norma. Euklideszi szorzás, Euklideszi-sík egységköre (elipszis). $\langle u, v \rangle < \ u\ \ v\$, szögfüggvények, Euklideszi szorzás ONB-koordinátázásban, addíciós tételek. Izometrikus leképezések linearitása, ortogonális leképezés inverzének mátrixa. Izometriák $(d(f(x), f(y))/d(x, y)=1)$, Izometria-csoport. Síkizometria-tétel (osztályozás fixpontok szerint és előállításuk tükrözésekből). Tükrözések tulajdonságai (konjugálás, szorzat-redukciók, irányításváltás). Forgatások és eltolások tulajdonságai (szög-addíciós tétel; szabadsági fok, konjugálás, mozgáscsoport). Síkizometriák felsorolása. Térizometria-tétel (osztályozás fixpontok szerint és előállításuk tükrözésekből). Tükrözések tulajdonságai (konjugálás, szorzat-redukciók, irányításváltás). Forgatások, eltolások és csavarmozgás tulajdonságai (szabadsági fok, konjugálás) mozgáscsoport. Térmozgás-csoport síkhatása és a síkizometria-csoport. Térizometriák felsorolása. Egybevágóság kiterjeszthető izometriává; háromszögek és tetraéderek egybevágósága. Szimmetria csoport. Szabályos alakzatok (poligonok és poliéderek). Homotéciák $(d(f(x), f(y))/d(x, y)=fix)$: fixpont létezése, a dilatáció párhuzamosság-tartó homotécia. Minden homotécia egy dilatáció és egy izometria szorzata. Hasonlóság kiterjeszthető homotéciává. Háromszögek és tetraéderek hasonlósága. Párhuzamos szelők tétele. Affinitások (osztóviszonytartók). Két sík közti affinitás mindig egy párhuzamos vetítés (tengelyes affinitás) és egy homotécia szorzata. Affinitások alaptétele (egyenestartó bijektív leképezés affinitás). Projektivitások (kettosviszonytartók). bijektív proj. affinitás (Perspektivitás projekció, de nem bijektív). Terület- és térfogat-formák, Paralelepipedon térfogata, vegyes és vektoriális szorzás vs. térfogatformák. Csoport-hatás, pálya. Diszkrét mozgáscsoport, szabályos pontrendszerek. Szabályos pontrendszerek szimmetria csoportja, kristályok, Barlow tétele. Diszkrét síkmozgáscsoportok osztályozása. Inverzióval bővített diszkrét mozgáscsoport. Konvexitás, poliéderek, szabályos testek. Irodalom: A.N. Kolmogorov, Sz.V. Fomin: A függvényelmélet és a funkcionálanalízis elemei, Szabó Zoltán: Bevezető fejezetek a geometriába, H.S.M. Coxeter: A geometriák alapjai, R. Courant, H. Robbins: Mi a matematika?, Reiman I.: Geometria és határterületei				

Tantárgy neve: Konvex és diszkrét geometria			Tantárgyfelelős oktató: Kincses János	
Kredit: 6	Előadás: 3	Gyakorlat: 2	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K+Gy
Tantárgyi tematika: Konvexitás, Chrathedory tétel, Radon tétel, Helly tétel. Szeparációs tételek. Konvex halmazok polaritása, lapok és extrémális részhalmazok. Hausdorff metrika, a konvex halmazok terének lokális kompakttsága. Politop approximáció. Konvex halmazok térfogata, felszíne, Cauchy formula. Minkowski összeg, Brunn-Minkowski egyenlőtlenség. Steiner formula, izoperimetrikus tétel. Invariáns mérték az altereken, konvex test vetületeinek ill. metszeteinek integrálja. Poliéderek algebrai leírása, a lineáris programozás alapfeladata, Farkas lemma. Politopok laphálójá, felső korlát tétel. Politopok kombinatorikus típusa, Steinitz tétele. Poliéderek merevsége, Cauchy tétele. Legsűrűbb körelhelyezések. Gömbi geometria: metrika, trigonometria, területmérés, izometriacsoport és ennek diszkrét részcsoportjai. Projektív geometria: Harmonikus pontnégyes, Homogén koordináták. Másodrendű görbék végtelen távoli pontjai. Konjugáltság, pólus, poláris. Desargues és Pappos síkok és koordinátázhatóságuk. Másodrendű görbék és felületeket, polarítások. Irodalom: Szabó Zoltán: Bevezető fejezetek a geometriába, Hajós György: Bevezetés a geometriába, H.S.M.Coxeter: A geometriák alapjai, H.G.Eggleston: Convexity, Cambridge Univ. Press 47, (1958). L.Danzer, B.Grünbaum, V.Klee: Helly's theorem and its relatives, Proc. Symp. Pure Math., 7 (Convexity) (1963), 101-180. B.Grünbaum: Convex Polytopes, John Wiley & Sons, London, 1967. P.M. Gruber, J.M.Wills: Convexity and its applications, Birkhauser, 1983. Berge: Geometry I-II, Kiss Gy.-Szőnyi T.: Végés geometriák, Polygon, 2001.				

Tantárgy neve: Nemeuklideszi geometriák			Tantárgyfelelős oktató: Nagy Gábor Péter	
Kredit: 7	Előadás: 4	Gyakorlat: 2	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K+Gy
Tantárgyi tematika: Axiomarendszerek és geometriák. Projektív geometria, projektív tér, projektív transzformációcsoport és nevezetes részcsoportjai. Harmonikus pontnégyes. Homogén koordináták. Másodrendű görbék végtelen távoli pontjai. Konjugáltság, pólus, poláris. Elfajuló másodrendű görbék. Közöséges másodrendű görbék osztályozása. Pascal, Brianchon, Steiner tételei. Másodfokú felületek. Főtengelytranszformáció. Hiperbolikus geometria, hiperbolikus transzformációcsoport és nevezetes részcsoportjai. Gömbi geometria: metrika, trigonometria, területmérés, izometriacsoport és ennek diszkrét részcsoportjai. A térformás (gömbi és hip.) geometriák projektív és kvadratikus modellje. Algebrai geometriák: Affin és projektív síkok. Desargues tétele és a koordináta test. Papposz tétele és a kommutativitás. A koordináta test karakterisztikája és a Fano konfiguráció. Kollineációk és a szemilineáris leképezések. Plücker-koordináták, Klein-megfeleltetés. Klasszikus csoportok. Szimplektikus és ortogonális geometria. A szimplektikus és az ortogonális csoport szerkezete. Clifford algebra. Irodalom: Szenhe János-Juhász Rozália: A geometria alapjai; E. Artin: Geometric Algebra, Princeton University, 1957. R. Baer: Linear Algebra and Projective Geometry, Academic Press, 1952. D. R. Hughes, F. C. Piper: Projective Planes, Springer, 1970. J. Dieudonné: La Géométrie des Groupes Classiques, Springer, 1955. Kiss-Szőnyi: Végés geometriák, Polygon 2001;				

Tantárgy neve: Differenciálgeometria			Tantárgyfelelős oktató: Kurusa Árpád	
Kredit: 6	Előadás: 3	Gyakorlat: 2	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K+Gy
Tantárgyi tematika: (Matematikus mesterszak miatt ebbe topológiának is kerülnie kellene: Topológikus és metrikus tér fogalma. Sorozatok és konvergencia. Kompaktság és összefüggőség. Fundamentális csoport.) Görbék síkban: körülfordulási tétel. Görbék magasabb dimenziókban és síkban: Görbületek, görbék alaptétele. A felület definíciója, paramétervonalak, érintősík, vektormezők, iránymenti derivált, kovariáns deriválás, Christoffel szimbólumok, párhuzamosság. Felületi görbék, geodetikus görbület, geodetikusok, differenciálegyenletek és extremális, exponenciális leképezés, Weingarten leképezés, normálgörbület, Euler-tétel, Gauss és Minkowski görbület. Lie zárójel, Jacobi azonosság, indukált leképezés, folyam, Gauss és Codazzi Mainardi egyenlet, Riemann görbület, Bianchi egyenletek, Theorema egregium, Stokes tétel, Gauss-Bonnet tétel, Euler karakterisztika. A sokaság definíciója, érintőtér, vektormező, Lie-derivált, kovariáns deriválás, Christoffel-szimbólumok, torzió, Riemann-görbület. Riemann-metrika, Levi-Civita kovariáns deriválás, görbe és ívhossza, geodetikusok, szorzatgörbület, konstansgörbületű terek. Lie-csoportok: invariáns vektormezők, Lie-algebra, exponenciális leképezés. Irodalom: Szőkefalvi Nagy Béla - Nagy Péter - Gehér László: Differenciálgeometria; B.A. Dubrovin - A. T. Fomenko - S. P. Novikov: Modern Geometry - Methods and applications Part I. - II.; S. Kobayashi - K. Nomizu: Foundations of differential geometry; Kurusa Á.: Bevezetés a Differenciálgeometriába, Polygon, 1999;				

Tantárgy neve: A differenciálgeometria alapjai			Tantárgyfelelős oktató: Kurusa Árpád	
Kredit: 4	Előadás: 2	Gyakorlat: 1	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K+Gy
Tantárgyi tematika: Görbék három dimenziókban: Görbület, torzió, a görbék alaptétele. A felület definíciója, paramétervonalak, érintősík, vektormezők, iránymenti derivált, kovariáns deriválás, Christoffel szimbólumok, párhuzamosság. Felületi görbék, geodetikusok, differenciálegyenletek és extremális, exponenciális leképezés, Weingarten leképezés, normálgörbület, Euler-tétel, Gauss és Minkowski görbület. Lie zárójel, Jacobi azonosság, indukált leképezés, folyam, Gauss és Codazzi Mainardi egyenlet, Riemann görbület. Bianchi egyenletek, Theorema egregium. Irodalom: Szőkefalvi Nagy Béla - Nagy Péter - Gehér László: Differenciálgeometria. B.A. Dubrovin - A. T. Fomenko - S. P. Novikov: Modern Geometry - Methods and applications Part I. - II. S. Kobayashi - K. Nomizu: Foundations of differential geometry. Kurusa Á.: Bevezetés a Differenciálgeometriába, Polygon, 1999. Szenthe J.-Nagy P.: Differenciálgeometriai gyakorlatok. V. T. Vodnyev: Differenciálgeometriai feladatgyűjtemény.				

Tantárgy neve: Alkalmazott geometria			Tantárgyfelelős oktató: Fodor Ferenc	
Kredit: 4	Előadás: 3	Gyakorlat: 0	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K
Tantárgyi tematika: A számítógépes (térképészeti, műszaki stb.) ábrázolás geometriai alapjai: Görbék: simuló kör, görbület, torzió, Frenet-formula, alaptétel. Görbék modellezése: polinomiális görbék, Bernstein-polinomok, Bezier-görbék, összetett Bezier-görbék. Gömbi geometria: metrika, trigonometria, területmérés. Projektív geometria: Harmonikus pontnégyes, homogén koordináták, másodrendű görbék, konjugáltság, pólus, poláris. Felületek: normális vektor, főgörbületek, Gauss-görbület, geodetikusok. Felületek modellezése: Bezier-négyszögfelületek. A számítógépes (térképészeti, műszaki stb.) feldolgozás geometriai alapjai: Konvexitás: konvex burok, konvex burok és konvex kombináció, konvex halmazok metszetei, konvex poliéderek laphálójá, kombinatorikus izomorfizmus, élgráfok és poliédertípusok, rúdrendszerek merevsége. Algoritmikus geometria: poligonok és pontrendszerek triangulálása, konvex burkot kereső algoritmusok, poliéderek reprezentációja, DV-cella keresése. A geometriai statisztika alapjai: Geometriai valószínűség: Sűrűség és mérték pont-, egyenes-, pontpár- és egyenespár-halmazokon. Integrálgéometria: Elemi integrálformulák hossza, területre és térfogatra vetületekből és metszetekből, izoperimetrikus tétel. Irodalom: Kurusa Árpád, Bevezetés a differenciálgeometriába, Polygon, Szeged, 1999. P.M. Gruber, J.M.Wills: Convexity and its applications, Birkhauser, Basel, 1983. Szabó László, Kombinatorikus geometria és geometriai algoritmusok, Polygon, Szeged, 2003. T. H. Corman, C. E. Leiserson, R. Rivest: Algoritmusok, Műszaki Könyvkiadó, 1998. L.A. Santalo: Introduction to Integral Geometry, Hermann et Cie, Paris, 1953.				

Tantárgy neve: Algoritmikus geometria			Tantárgyfelelős oktató: Fodor Ferenc	
Kredit: 3	Előadás: 2	Gyakorlat: 0	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K
Tantárgyi tematika: Algoritmuselméleti alapfogalmak, képtárproblémák, sokszögek triangulációja, monoton partícionálás, trapézokra bontás, konvex partícionálás, minimális feszítőfa, konvex burok keresés 2 és 3-dimenzióban, pontrendszerek Voronoi cellafelbontása, Delaunay trianguláció, sokszögek extrémális pontjai, pontrendszerek átmérője, szélessége, töröttvonal belsejének meghatározása, pontrendszerek felező egyenesei, pontok és egyenes közötti illeszkedések. Irodalom: J. O'Rourke, Computational Geometry in C, Cambridge University Press, 1994. H. Edelsbrunner, Algorithms in Combinatorial Geometry, Springer, 1987. T.H. Corman, C.E. Leiserson, R. Rivest, Algoritmusok, Műszaki Könyvkiadó, 1998.				

Tantárgy neve: Geometriai tomográfia			Tantárgyfelelős oktató: Kurusa Árpád	
Kredit: 3	Előadás: 2	Gyakorlat: 0	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K
Tantárgyi tematika: A matematikának ezt az új fejezetét egyelőre inkább a hasonlóknak látszó és rokon módszerekkel kezelhető problémák, feladatok és tételek alkotják, ezért a félév során igyekszünk minél több ilyen probléma családot elővenni és síkon megvizsgálni: a röntgen kép probléma, ill. az árnyék kép probléma (párhuzamos és divergens) is azt feszegeti, hogy vajon tényleg képesek-e a csomagban lévő tartalmat a vámosok megállapítani egyszerű röntgen átvilágítással. Az itt talált megoldásokat hasznosítja a számítógépes tomográf is, amivel az orvosok a betegek daganatait keresik. Irodalom: R.J. Gardner: Geometric tomography könyve és sok cikk.				

Tantárgy neve: Számítógépes ábrázoló geometria			Tantárgyfelelős oktató: Nagy Gábor Péter	
Kredit: 3	Előadás: 2	Gyakorlat: 0	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K
Tantárgyi tematika: A tér síkra való klasszikus leképezési módjai: centrális perspektíva, mérőszámos ábrázolás, Monge-féle ábrázolás, axonometria. Görbék számítógépes ábrázolásának alapjai: Bézier-görbék. Szplájn-görbék Bézier-alakja. <i>B</i> -szplájnok. Felületek ábrázolásának alapjai: <i>B</i> -szplájn felületek, Bézier-háromszögek. Irodalom: Kurusa Árpád - Szemők Árpád, Számítógépes ábrázoló geometria, egyetemi jegyzet (kézirat)				

Tantárgy neve: Algebrai görbék			Tantárgyfelelős oktató: Nagy Gábor Péter	
Kredit: 3	Előadás: 2	Gyakorlat: 0	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K
Tantárgyi tematika: Metszési multiplicitás, Bézout-tétel, rezultánsok. Lineáris görberendszerek, a Ceva-tétel és a Menelaosz-tétel általánosításai magasabbrendű görbékre. Harmadfokú görbék, csoportművelet a pontokon. Szinguláris pontok feloldása, kvadratikus transzformációk. Parametrizálás hatványsorral, ágak. Divizorok és differenciálformák, a Riemann-Roch-tétel. Görbe neme (génusz), különböző definíciók a nemre. Irodalom: Kollár János: Algebrai görbék, Mat. Lapok (kb. 1978)				

Tantárgy neve: Transzformációcsoportok			Tantárgyfelelős oktató: Ódor Tibor	
Kredit: 3	Előadás: 2	Gyakorlat: 0	Lab. gyak.: 0	Számonkérés módja: K
Tantárgyi tematika: Csoportok. Permutációcsoportok, transzformációcsoportok, csoportthatás, tranzitivitás, élesen tranzitív, k-tranzitív csoportok. Testek. Euklideszi geometria mint a valós testre épített geometria, axiomatika (kommutativitással), a valós és a komplex számtest, véges testek. Egydimenziós affin általános lineáris csoport. A lineáris leképezések szigorúan 2-tranzitív csoportot alkotnak, szemidirekt felbontásuk, a komplex test multiplikatív csoportja a valós síkon, a kvaternió ferdetest multiplikatív csoportja. Általános lineáris csoport. A transzformációcsoport és a mátrixcsoport kapcsolata, bázisváltás, centrum és kommutátor részcs csoport. Affin általános lineáris csoport. Szemidirekt felbontása. Projektív geometriák. Projektív sík, magasabb dimenziók, alterek, ideális elemek, homogén koordinátázás. Projektív lineáris csoportok. $PGL(n, T)$, $PSL(n, T)$ definíciói, törtlineáris leképezések, $PGL(2, T)$ szigorú 3-tranzitivitása, a projektív speciális lineáris csoport egyszerűsége. Ortogonális csoportok. Definíció, kvadrikák kanonikus alakja a valós, a komplex és a véges testek fölött, $PGL(2, T)$ és $PO(3, T)$ izometriája és a Klein megfeleltetés.				