SACHSEN-ANHALTINISCHER GEOMETRIETAG & FRIENDS 2013 - BESZÁMOLÓ

VÍGH VIKTOR

A Sachsen-anhaltinischer Geometrietag & Friends 2013 konferenciára 2013 december 5. és 6. között került sor a Magdeburgi Egyetemen, az eseményt Gennadiy Averkov, Martin Henk, Jeanette Polte, Csristian Richter és Carsten Tiel szervezték. A konferencián 19 előadás hangzott el német vagy angol nyelven. A két kiemelt, egy órás előadást Peter M. Gruber (Bécs) és Aicke Hinricks (Rostock) tartották. A maradék 17 előadás időtartama 25 perc volt.

Ez a nemzetközi konferencia a Szász-anhalt tartományi geométerek évente megrendezett összejövetele, amelyet minden évben más-más városban tartanak meg. A konferencia témái között dominált az analitikus konvexitás, ahova az én kutatásaim is esnek. Az orsókonvex testekhez direktben és szorosan kapcsolódott Margarita Spirova (Chemnitz) előadása (címe: Complete sets and completions of sets in Banach spaces). Ezen Horst Martinival közös eredményeinek ismerete nagyban elősegíti a későbbi munkámat. A szervezők és résztvevők között az analitikus geometria számos vezető kutatója megtalálható volt. Közülük is kiemelném Dr. Rolf Schneidert és Dr. Peter Grubert, akik a sztochasztikus geometria és az approximációs kérdések legelismertebb szakértői, valamint Dr. Horst Martinit, aki pedig az orsókonvexitás egyik vezető kutatója. A Sachsen-anhaltinischer Geometrietag & Friends konferencián való részvétel olyan pótolhatatlan kapcsolatrendszer kiépítéséhez járult hozzá, mely a munkatervben megfogalmazott kutatási célok eléréséhez elengedhetetlen.

A konferencia honlapja az alábbi linken érhető el: `http://www-e.uni-magdeburg.de/cathiel/gt13/index.html`

Az alábbiakban az elhangzott előadásokból válogattam ki néhányat, és gyűjtöttem össze róluk alapvető információkat.

1. P. M. Gruber: Lattice packings of spheres and convex bodies

Voronoi lefordította a d-dimenziós rácssszerű gömbpakolási problémát egy $d(d+1)/2$ dimenziós szeparációs problémára, és híres eredményében ennek segítségével jellemezte a lokálisan maximális rácsszerű gömbpakolásokat. Az előadásban ennek az eredménynek az erősítéséről, valamint centrálisan szimmetrikus és általános konvex testekre való kiterjesztéséről hallhattunk.

Referenciák:

- P. M. Gruber: Voronoi type criteria for lattice coverings with balls, Acta Arith. 149 (2011) 371-381

A kutatás a TÁMOP-4.2.4.A/2-11/1-2012-0001 azonosító számú Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program című kiemelt projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

- P. M. Gruber: Application of an idea of Voronoi to lattice packing, Ann. Math. Pura Appl. (4)

2. T. Netzer: Positivstellensätze in Graph Algebras

Legyenek F és G véges, egyszerű gráfok, és jelölje $t(F, G)$ annak a valószínűségét, hogy egy olyan függvény, ami G minden csúcsához F egy csúcsát rendeli homomorfizmus. Gráfok formális lineáris kombinációit bevezetve Lovász igazolta, hogy $t(L_2, G) \geq t(K_2, G)^2$, ahol L_2 egy három csúcsú egyszerű út, K_2 a két csúcsú teljes gráf, G pedig tetszőleges. Az eredményt messzemenően általánosította Lovász és Szegedy. Az előadásban az eredmény további lehetséges általánosításairól és kiterjesztéseiről hallhattunk.

Az előadás a következő kéziraton alapult: `http://arxiv.org/pdf/1310.6903.pdf`

3. A. Padrol: Faces of prjectively unique polytopes (and a conjecture of Shephard)

Egy d-politóp "stacked", ha megkapható úgy, hogy szimplexeket a hiperlapjaik mentén összeragasztunk. Shephard sejtése az volt, hogy bármely d-politóp kombinatorikus ekvivalens egy "stacked" politóp egy megfelelő részpolitópjával. A sejtést 3-dimenzióban igazolta Kömhoff. Az előadásban megmutatták, hogy a sejtés $d \geq 5$ esetén nem igaz, ehhez algebrai politópok egy egyértelmű reprezentációját használták fel. Shephard sejtése 4-dimenzióban továbbra is nyitott.

Az előadás a következő kéziraton alapult: `http://arxiv.org/pdf/1301.2960v2.pdf`

4. V. Kaibel: Easily the best - A lower bound on the extension complexity of the correlation polytope

Egy P politóp kiterjesztési bonyolultsága az a legkisebb $xc(P)$ szám, amire teljesül, hogy létezik olyan Q politóp $xc(P)$ hiperlappal, hogy P a Q egy affin képe. Az előadásban egy új, kobinatorikus bizonyítást ismerhettünk meg arra, hogy a korreláció politóp kiterjesztési bonyolultsága legalább 1.5^n. Ennek következményeként további politóposztályokra is alsó korlát adható a kiterjesztési bonyolultságra.

Az előadás a következő kéziraton alapult: `http://arxiv.org/pdf/1307.3543v4.pdf`

5. J. Yepes: About characterizations of sausages via the linearity of volume

A K konvex test az E konvex test fölötti szalámi, ha $K = E + L$ valamilyen L (egydimenziós, esetleg ponttá fajuló) szakaszra. Ebben az esetben a MInkowski összegük térfogata lineáris a következő értelemben: $\mathrm{Vol}(\lambda K + (1-\lambda)E) = \lambda \operatorname{Vol} K + (1-\lambda) \operatorname{Vol} E$. A kérdés, hogy igaz-e ez visszafelé is igaz-e, vagyis a térfogat előbbi értelemben vett linearitásából következik-e, hogy a K, E pár szalámi. Shephard két szimplexből álló ellenpéldája mutatja, hogy a válasz nemleges. Az előadásban megmutatták, hogy ha továbbá feltesszük, hogy létezik egy H hipersík úgy, hogy K és E H-ra vonatkozó merőleges vetületei egyforma térfogatúak, akkor a válasz már igenlő.

Az előadás a következő kéziraton alapult: `http://fma2.math.uni-magdeburg.de/~saorin/pdfs/linealidad%20J%20Yepes.pdf`

6. I. Izmestiev: Classification of flexible Kokotsakis polyhedra

Az előadásban karakterizálták a flexibilis, négyszög alapú Kokotsakis poliédereket. A bizonyítás hosszadalmas és nagyon technikai.

Az előadó hasonló témájú előadásának fóliái: http://page.mi.fu-berlin.de/izmestiev/Talks/Moscow13Koko.pdf Az előadó hasonló témájú előadásának videója: http://www.mathnet.ru/php/presentation.phtml?option_lang=eng&presentid=7025

7. D. Klawitter: Line Geometry in the context of Clifford Algebra

Az előadás a következő kéziraton alapult: http://arxiv.org/pdf/1311.0131v5.pdf

8. J. M. Wills: Regural Polyhedra, Regular Polytopes, and Riemann Manifolds

Survey jellegű előadást hallhattunk politópok, poliéderek és Riemann sokaságok lokális és globális szabályosságáról.

Referencia: http://arxiv.org/pdf/1212.6588.pdf

9. A. Hinrichs: Geometric Methods in Approximation Theory

Legyenek X és Y Banach-terek, $T : X \to Y$ korlátos, lineáris operátor. Jelölje $N(T(B_X), \varepsilon B_Y)$ azt a legkisebb egész számot, hogy εB_Y gömb $N(T(B_X), \varepsilon B_Y)$ darab eltoltjával $T(B_X)$ lefedhető. Ennek inverzét entrópiának nevezzük, vagyis T operátor $\varepsilon_n(T)$ entrópiájára igaz, hogy $\varepsilon_n(T) \leq \varepsilon$ pontosan akkor teljesül, ha $N(T(B_X), \varepsilon B_Y) \leq n$. Schütt 1984-ben leírta az ℓ_p terek identikus operátorának entrópiáját. Ennek alkalmazásairól hallhattunk az előadás első részében. Az erről szóló cikk: http://users.minet.uni-jena.de/~hinrichs/paper/48/CHR12-final.ps

Az előadás második részében a Gelfand- és Kolmogorov számokról volt szó. Itt az előzőekhez hasonló ötletekkel a K origo szimmetrikus konvex test L origo szimmetrikus konvex testtel mért legkisebb méretű szeléseit ill. projekcióit vizsgálva a K szukcesszív belső és külső sugarairól kaphatunk információkat. Az erről szóló cikkek: http://webs.um.es/mhcifre/preprints/gonzalez_hinrichs%20radii_bodies.pdf és http://perso-math.univ-mlv.fr/users/pajor.alain/recherche/docs/carl-hinrichs-pajor.pdf

10. E. S. Gomez: About the differnce bodies in complex vector spaces

Egy d-dimenziós tetszőleges K konvex testre jól ismert a következő (Brunn-Minkowksi, ill. Rogers-Shephard egyenlőtlenségek):

$$2^d \operatorname{Vol} K \leq \operatorname{Vol}(K + (-K)) \leq \binom{2d}{d} \operatorname{Vol} K.$$

A fenti állítások ill. a $K - K$ különbség test vizsgálatáról volt szó ebben az előadásban, ha K konvex testet nem a valós Euklideszi térben, hanem a komplex d-dimenziós vektrotérben tekintjük.

Az előadás a következő kéziraton alapult: `http://fma2.math.uni-magdeburg.de/~saorin/pdfs/about%20complex%20difference%20bodies%20Abardia.pdf`

11. J.-P. Labbé: Lorentzian Coxeter groups and Boyd-Maxwell ball packings

Az előadás a következő kéziraton alapult: `http://arxiv.org/pdf/1310.8608v2.pdf`

12. M. Spirova: Complete sets and completions of sets in Banach spaces

Valós Banach-térben dolgozunk, a D halmaz átmérőjét $\delta(D)$-vel jelöljük. A D halmaz teljes, ha bármely további pontot hozzávéve az átmérője szigorúan nő. Azon $\delta(D)$ sugarú gömbök metszetét, amelyek középpontja D-be esik D'-vel jelöltjük, és a D kiegészítettjének hívjuk. A D tartalmazó összes gömbök metszetét D^C-vel jelöljük, és a D gömbi burkának nevezzük. Az előadásban számos egyenlőtlenséget láthattunk, amely kapcsolatot teremt a D-t, D'-t és D^C-t jellemző geometriai mennyiségek között. Továbbá a teljesség és az unió- és metszetszetképzés kapcsolatáról is szó volt.

Az előadás a következő kéziraton alapult: `http://arxiv.org/pdf/1308.0789v1.pdf`

13. M. Henze: On covering minima and volume of centrally symmetric convex bodies

Legyen K origo szimmetrikus konvex test $\mathbb{R}^d$-ben, Λ pedig egy rács. A K test i-edik szukcesszív minimuma a következő:

$$\lambda_i(K) = \min\{\lambda > 0 \mid \dim(\lambda K \cap \mathbb{Z}^d) \geq i\}.$$

A szukcesszív minimumokra vonatkoznak Minkowski jól ismert tételei. Az i-edik fedő minimum fogalmát Kannan és Lovász vezették be:

$$\mu_i(K) = \min\{\mu > 0 \mid \forall L \in A(d, d-i)\colon (\mu K + \mathbb{Z}^d) \cap L \neq \emptyset\}.$$

A szukcesszív minimumokról is számos eredmény ismert. Az előadó a következő új eredményt mutatta be: létezik olyan c konstans, hogy minden lehetséges i-re

$$\mu_i(K) \operatorname{Vol} K \geq \frac{c^{n-i}}{(n-i)^{2n-2i}} \cdot \frac{i!}{n!}.$$

14. J. Böhm: A connection between hyperbloic kernels and necklaces

Az előadás a következő kéziraton alapult: `http://www.minet.uni-jena.de/Math-Net/reports/sources/2008/08-01report.pdf`

SZTE Bolyai Intézet, Szeged, Aradi vértanúk tere 1, H-6720, Hungary
E-mail address: `vigvik@math.u-szeged.hu`