

Ph-üles D-eluxe

Vígh Viktor

1. Példa (Van aki nem ismeri?). *Egyetlen szál gyufa áthelyezésével tegyük igazzá az egyenlőséget! (Az egyenlőségjelet áthúzni TILOS!)*

$$X = II$$

2. Példa (Pósa Lajos nyomán). *Gondolok 1-től 16-ig egy egész számra. Ezután Te felteszel eldöntendő kérdéseket, én minden kérdés után dobok egy kockával, és ha páros számot dobtam, akkor igazat mondok, egyébként hazudok. A célod, hogy kitaláld a gondolt számot. Találjuk ki, hogy mit kell belátni, aztán lássuk be!:)*

3. Példa (Ez a példa döntötte el a Ki miben tudós? vetélkedőt Lovász László javára, Pósa Lajos ellenében.). *Legfeljebb hány különböző pontban metszhetik egymást egy konvex n -szög átlói?*

4. Példa (Kalmár László Matematikaverseny, 1997, 8. oszt., országos döntő, 2. nap. Guinness rekorder a legsportszerűlenebb versenyfeladat kategóriában.). *Milyen a pozitív egész számra lesz az*

$$11111_a$$

szám négyzetszám?

5. Példa (Egy klasszikus.). *Egy sakkállásnál észrevették, hogy minden vízszintes sorban és minden függőleges oszlopban páratlan számú bábu áll. Páros vagy páratlan sok bábu áll fekete mezőn?*

6. Példa (Egy kis elemi geometria...:)). *Egy háromszög egyik csúcsából induló magasságvonala és súlyvonala három egyenlő részre osztja a csúcsnál lévő szöget. Mekkora a háromszög szögei?*

7. Példa (Nem minden papsajt!). *Adjunk meg olyan (minden valósra értelmezett) legalább másodfokú f és g polinomfüggvényeket, amelyekhez nem létezik olyan $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, hogy*

$$h(f(x)) + h(g(x)) = g(f(x))$$

minden valós x -re teljesüljön!

8. Példa (Egy újabb szívemelengető!)). *Egy szigeten kétféle ember lakik: hazudósak és igazmondók. Odamegyünk egy 11 fős csoporthoz, és megkérdezzük mindenkitől, hogy "Hány igazmondó van köztetek?". Erre rendre a következő válaszokat kapjuk: 5, 1, 0, 1, 4, 5, 6, 6, 7. Ekkor jött egy sárkány, aki megette azt a két embert aki még nem válaszolt. Találjuk ki, hogy a két szerencsétlen mit válaszolt volna!*

9. Példa (A kétkedőknek, akik szerint eddig nem is volt szó matematikáról.). *Legyen f_1, f_2, \dots a valós számokon értelmezett, valós értékű függvények egy tetszőleges (végtelen) sorozata. Bizonyítsuk be, hogy léteznek olyan*

$$\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{2006} \text{ okt. 24.} - 27.$$

függvények, amelyekből bármelyik f_n előállítható úgy, hogy néhányukat (akár ismétléssel) valamilyen sorrendben egymás után alkalmazzuk!

10. Példa (Az utolsó mohikán.). *Egy (nagyon) sok emeletes házban minden szinten 4 lakás van, a lakások ajtaján számok. Az ajtók számozása folyamatos, a földszinten vannak az 1, 2, 3, 4 lakások, a másodikon az 5, 6, 7, 8 stb.. Egy áruház akciót hirdet ajtóra szerelhető számokra, minden számjegy az alaki értékének 100-szorosába kerül, pl. a 0 jegy 0 Ft-ba, a 7 pedig 700 Ft-ba. Az egyik szinten minden család 300 Ft-t ad be, és így a szinten minden ajtóra új számokat vesznek. Hányadik emeletről is van szó?*