

# Euklideszi geometria tematika

## Tételek, fogalmak, definíciók

Az affin sík axiómarendszere; párhuzamossági axióma, párhuzamosság, Pasch axióma. Leképezés, egyenességet tartó leképezések, egyenestartó leképezések, transzformációk, kollineációk, identitás, fix pont, involúció. Desargues tulajdonság, pontra és egyenesre vonatkozó perspektivitás, Desargues tulajdonság a síkban és térben.

Vektorok, szabad és kötött vektorok, vektorműveletek és ezek tulajdonságai, párhuzamos szelők tétele. Az Euklideszi tér Euklideszi vektortéren keresztül történő definiálása, egyenesek, síkok. Koordinátázás. Koordináta-transzformációk, affinitások, kapcsolatuk a kollineációkkal. A koordináta-transzformációk algebrai alakja, koordináta-transzformációk mátrixa, affinitás determinánsa. Affinitások megadása három pont képével, koordináta-transzformációk mátrixa másik koordinátázásban. Affinitások szorzatának mátrixa, determinánsa. Merőleges affinitás, nyírás, determinánsuk, mátrixuk. Determináns és terület/térfogat.

Metrika, háromszög egyenlőtlenség, izomorf metrikák, példa nem izomorf metrikákra, Minkowski metrika, Euklideszi metrika, Pitagorasz és Thalész tételei.

Homotéciák, izometriák. Fixpontos síkizometriák leírása. Síkizometriák és tükrözések, síkizometriák klasszifikálása. Eltolások és forgatások előállítása két tengelyes tükrözés szorzataként. Fixpontos térizometriák, térizometriák és síkra vonatkozó tükrözések, térizometriák klasszifikációja. Speciális izometriák szorzatai (csak alkalmazás szintjén). Irányításváltás, irányítástartás, determináns. Homotéciák és affinitások kapcsolata, dilatáció, nem izometrikus homotéciák fixpontjáról, homotéciák struktúratétele, egybevághóság és hasonlóság.

Szögek, kötött és szabad szögek, szögmérés. Szögfüggvények, sinus- és cosinus-tétel, addíciós formulák.  $\sin(x)/x$  limesze 0-ban, sorfejtések.

A 6.2.-6.9. szakaszok definíciói és tételei, különösen hangsúlyosan:

-Inverzió (6.5): pont képe (definíció), elemi tulajdonságok, kögyenes képe kögyenes, szögtartás, struktúratétel.

-Másodrendű görbék (6.6): definíció, affin kép, főtengely transzformáció, parabola, hiperbola, ellipszis, , vezéregyenes, numerikus excentricitás, kúpszelet=valódi másodrendű görbe, kúpszeletek, mint egyenes körkúpok síkmetszetei, Dandelin-gömbök, érintők, elemi tulajdonságok.

-Terület, térfogat (6.9): sokszögek területe, tulajdonságok, Bolyai Farkas tétele, poliéderek térfogata, terület- és térfogatképletek.

## Bizonyítandó tételek

-Koordináta-transzformáció algebrai alakja (44.o)

-Affinitás mátrixa új koordinátázásban (50.o)

-Fixpontos síkizometriák leírása, síkizometriák előállítása tengelyes tükrözésekkel (102.-103. o.)

-Nem izometrikus homotéciának létezik pontosan egy fixpontja (264. o., teljes metrikus tér minden szigorú kontrakciónak létezik pontosan egy fixpontja)

- $\sin(x)/x$  limesze 0-ban (órán)

-Az inverzió tulajdonságait leíró tétel (177. o. (8)-(9)-(10))

-Kúpszeletek, mint kúpok síkmetszetei (190. o.)

-Euler-tétel,  $c-e+l=2$  (213.o)

-Bolyai Farkas átdarabolási tétele (219.o.)