Lineáris algebra 2. zárthelyi, május 3.

Tudáselemek:

- ✓ *Mátrixok*: mátrixegyenletek
- ✓ *Determinánsok*: kifejtési tétel, determinánsok alakításai
- ✓ *Lineáris egyenletrendszerek*: Gauss-elimináció, homogén egyenletrendszerek megoldástere
- ✓ *Vektorterek*: alterek, generálás, bázis, koordináták, dimenzió
- ✓ *Vektorrendszerek*: lineáris függetlenség, generátum, rang
- ✓ *Elemi bázistranszformáció alkalmazásai*: rangszámítás, maximális lineárisan független részrendszer, maximális nem-elfajuló aldetermináns, lineáris egyenletrendszerek, mátrixegyenletek

Felkészülés: Gyakorlaton elhangzott típusfeladatok **rutinszerű** ismerete.

Mintafeladatsor:

1. Feladat. *Altér-e az alábbi U halmaz $\mathbb{R}^3$-ben? Részletesen indokoljunk!*

$$U = \{(x_1, x_2, x_3) \,|\, x_1 + 3x_2 - x_3 = 1\}$$

(10 pont)

2. Feladat. *Adjuk meg a $\mathbf{v} = (1, -1, 1)$ vektor koordinátáit az $\mathbf{e_1} = (1, -1, 2)$, $\mathbf{e_2} = (0, 0, 1)$, $\mathbf{e_3} = (1, 2, 3)$ bázisban! (10 pont)*

3. Feladat. *Számítsuk az alábbi mátrix rangját, és adjunk meg egy maximális nem elfajuló aldeterminánst! (10 pont)*

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Feladat. *Adjuk meg a következő homogén lineáris egyenletrendszer megoldásterének egy bázisát! (10 pont)*

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

5. Feladat. *Oldjuk meg X-re az alábbi mátrixegyenletet! (10 pont)*

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

A munkaidő 80 perc, csak íróeszköz és zsebszámológép használható.