

# Alkalmazott geometria vizsgatematika

Figyelem! A vizsgára ezen tematika a mérvadó! Ha valami nem hangzott el előadáson, akkor azt a megfelelő irodalomból pótolni kell.

## *Differenciálgeometria*

### Definíciók, fogalmak

egyszerű görbeív, paraméterezés, ívhossz, ívhossz szerinti paraméterezés, átparaméterezés, differenciálható görbe, egységnyi érintő, görbületi vektor, egységnyi görbületi vektor, görbület, simulósík, simulókör, binormális, torzió, Jordangörbe, sík irányítása, csavargörbe

elemi felület, paraméterezés, felület, térkép, atlasz, paramétervonalak, skalármező, vektormező, érintővektormező, normálvektor, lokálisan irányítható felület, irányítható felület, skalármező iránymenti deriváltja, skalármező érintővektormező szerinti iránymenti deriváltja, vektormező érintővektormező szerinti iránymenti deriváltja, érintővektormező érintővektormező szerinti kovariáns deriváltja, Christoffel-szimbólum, felületi görbületi vektor, felületi normális, geodetikus görbület, geodetikus felületi görbe, görbe variálása, variálásra nézve extrémális görbe

### Tételek, állítások (a \*-gal jelölteket bizonyítani is tudni kell)

ívhossz független a paraméterezéstől, ívhossz szerinti paraméterezés esetén az érintő egységnyi,  $n \perp t^*$ , kör görbülete  $*$ , formula a görbületre, konstans görbületű síkgörbék, simulósíkot feszíti  $n$  és  $t$ ,  $n \parallel b'^*$ , síkgörbe és torzió  $*$ , formula a torzióra, Frenét-formulák, görbék alaptétele, négy csúcs tétele, körülfordulási tétel, konstans görbületű és konstans torziójú görbék megadása  $*$

lokálisan minden felület irányítható, globálisan nem minden felület irányítható  $*$ , az iránymenti derivált definíciója helyes  $*$ , 24 állítás az iránymenti és kovariáns derivált tulajdonságairól  $*$ ,  $n_g \perp t^*$ , Frenét-formula felületen  $*$ , geodetikusok és ívhosszmérés

## *Projektív geometria*

### Definíciók, fogalmak

kollineáris és általános helyzetű pontok, párhuzamos egyenesek, párhuzamossági osztályok, a valós projektív sík (VPS) ideális elemei, illeszkedés a VPS-n, vetítés, a VPS gömbmodellje, a VPS modellje egyenesekkel és síkokkal, homogén koordináták megadása a VPS-n, dualitási elv, pontra és egyenesre nézve perspek-

tív háromszögek, kollineáció, fixpont, (pontonként) fix egyenes, invariáns (fix, de nem feltétlen pontonként fix) egyenes, centrum, tengely, projektív lineáris transzformációk, centrális-axiális kollineáció

kétváltozós függvény által definiált görbe,  $n$ -edrendű görbe, érintő, simaság, homogén polinom, projektív lezárt, másodrendű görbe, projektív ekvivalens alakzatok, parabola, hiperbola, ellipszis, elfajuló másodrendű görbe, konjugált pontpárok, pólus, poláris, kanonikus alak

Tételek, állítások (a \*-gal jelölteket bizonyítani is tudni kell)

3 pont kollinearitásának feltételei \* és ennek duálisa, egyenes paraméteres alakja, Desargues-tétel \*, alappontokat fixen hagyó kollineációkról \*, projektív lineáris leképezések és mátrixaik, 4 általános pontot „jól” mozgó projektív lineáris leképezésről \*, projektív geometria alaptétele \*, 4 megfelelő objektumot fixáló kollineáció az identitás, centrum és tengely \*, centrális-axiális kollineáció megadása centrummal, tengellyel és egy pont képével, homogén polinomok tulajdonságai, elfajuló másodrendű görbék osztályozása, nem elfajuló másodrendű görbe és egyenes, másodrendű görbe 5 ponton át \*, konjugálás tulajdonságai \*, érintők és polárisok, nem-elfajuló másodrendű görbék osztályozása \*, és ennek következménye, kúpszelet megadása 5 adattal, Menelaosz-tétel, Pascal-tétel és megfordítása, Brianchon-tétel, Papposz-tétel

A definíciók, tételek megértését ellenőrző, ötletet nem igénylő feladatok is előfordulhatnak. (Lásd a Mintavizsgában.)

### *Mintavizsga*

A1, Adja meg az origót a  $(2, 3, 1)$  ponttal összekötő szakasz egy paraméterezését! Számítsa ki a görbe hosszát, majd ez alapján adja meg az ívhossz szerinti paraméterezést is! (5 pont)

A2, Definiálja skalármező egy érintővektor szerinti iránymenti deriváltját! (5 pont)

A3, Definiálja a Jordan-görbe fogalmát, majd mondja ki a négy csúcs tételt! (5 pont)

A4, Adja meg az összes olyan görbét, aminek mind a görbülete, mind a torziója állandó! Számolással igazolja állítását! Mutassa meg, hogy más ilyen görbe nincs! (3+4+3 pont)

B1, Írja le a valós projektív sík gömbmodelljét és mutassa meg, hogy az illeszkedés helyes! (5 pont)

B2, Mondja ki a Pascal-tételt és megfordítását is! (5 pont)

B3, Mutasson példát olyan állításra, aminek a megfordítása éppen a duálisa! (5 pont)

B4, Mondja ki, majd bizonyítsa is be a Desargues-tételt! (3+7 pont)

Munkaidő: 90 perc. Az elégséges osztályzathoz mind az A, mind a B részből legalább 12 pontot el kell érni.

Ponthatárok:

1: 0-24

2: 25-31

3: 32-38

4: 39-43

5: 44-