

Közönséges differenciálegyenletek

5. házi feladat a hétfői csoportnak

Beadási határidő: 2011. dec. 15.

1. Oldjuk meg konstansvariációs módszerrel:

$$y'' + 4y = 2 \tan(2t).$$

2. Konstruáljunk egy olyan rendszert, ahol az $y = 1$, $y = x - 1$ egyenesek a nullklínák, és minden egyensúlyi helyzet instabil.

3. Tekintsük az

$$\begin{aligned}x' &= -2y - x^3 \\y' &= 3x - y^3\end{aligned}$$

rendszert. Keressünk Ljapunov-függvényt $V(x, y) = ax^2 + bxy + y^2$ alakban, és vizsgáljuk a $(0, 0)$ egyensúlyi helyzet stabilitását!

4. Döntsük el, hogy az $U_1(x, y) = x \ln y - x^2 y$ illetve az $U_2(x, y) = y^2/x^2 - 2 \ln x$ függvények első integráljai-e az

$$\begin{aligned}x' &= xy \\y' &= x^2 + y^2\end{aligned}$$

rendszernek. A választ indokoljuk.

Szorgalmi feladat: Mutassuk meg, hogy az

$$\begin{aligned}x' &= x - y - x^3 \\y' &= x + y - y^3\end{aligned}$$

egyenletrendszernek van periodikus megoldása.