Közönséges differenciálegyenletek

4. házi feladat

Beadási határidő: 2011. dec. 1.

1. Oldjuk meg konstansvariációs módszerrel:

$$x' = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} e^t \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2. Oldjuk meg Laplace-transzformációval:

$$y'' - 2y' + 5y = -8e^{-t}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 12.$$

3. Oldjuk meg Laplace-transzformációval:

$$x' = x - 2y, \ y' = 5x - y, \quad x(0) = -1, \ y(0) = 2.$$

4. Az Euler-módszer célja az

$$x'(t) = f(t, x(t)), \quad x(t_0) = x_0$$

kezdetiérték-probléma megoldásának numerikus közelítése. Legyen $\Delta t > 0$ rögzített és legyen $t_k = t_{k-1} + \Delta t$ minden $n \geq 1$ esetén. A módszer $x(t_k)$-t (a kezdetiérték-probléma megoldásának t_k időpillanatban felvett értékét) $x_k \in \mathbb{R}$-rel közelíti, ahol x_k definíciója a következő:

$$x_k = x_{k-1} + f(t_{k-1}, x_{k-1}) \Delta t, \quad k \geq 1.$$

Keressünk olyan példát, amikor a módszer $\Delta t = 0,5$ lépésközzel monoton növekvő (x_k) sorozatot ad, miközben a valódi megoldás periodikus.