

# Közönséges differenciálegyenletek

## 3. házi feladat

Beadási határidő: 2011. nov. 10.

1. Adjuk meg az  $x' = Ax$  rendszer általános megoldását és vázoljuk a fázisképet, ha

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -8 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 10 & -25 \\ 5 & -10 \end{pmatrix}.$$

2. Adjuk meg az  $x' = Ax$  rendszer általános megoldását és vázoljuk a fázisképet, ha

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Adjunk meg egy olyan  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  mátrixot, hogy

$$x(t) = \begin{pmatrix} e^{2t} - e^{-t} \\ e^{2t} + 2e^{-t} \end{pmatrix}$$

megoldása  $x' = Ax$ -nek.

4. Szorgalmi feladat: Az  $x' = Ax$  rendszer távolságtartó, ha minden  $x$  megoldásra és  $t \in \mathbb{R}$ -re  $|x(t)| = |x(0)|$  teljesül. Mutassuk meg, hogy az alábbi állítások ekvivalensek:

- (a) :  $x' = Ax$  távolságtartó,
- (b) :  $e^{At} (e^{At})^T = I$  bármely valós  $t$ -re,
- (c) :  $A + A^T = 0$ .

*Csak a megoldás közlése nem ér pontot. A válaszokat minden esetben részletesen indokolni kell.*