

1. (2012-5) [K]

1) Definiáld pontosan: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ (függvénylimesz a mínusz végtelenben)! Számold ki az alábbi határértéket. (9p)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4e^x + 6e^{-x}}{-3e^x + 2e^{-x}}$$

2) Mondd ki differenciálható függvények esetén a lokális szélsőérték létezésére vonatkozó tételeket! Adj példát olyan f függvényre és a pontra, amelyre $f \in D_a$, $f'(a) = 0$ és a nem lokális szélsőértékhely. (9p)

3) A L'Hospital szabály segítségével határozd meg az alábbi limeszt. (8p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+8x} - 1 - 4x}{6x^2 + \sin^2 x}$$

4) Differenciáld formálisan az alábbi függvényeket! (8p)

$$f(x) = 2^{x^3 + \sqrt{x}} \cdot \sqrt[3]{\cos x}$$
$$g(x) = \frac{\log_3(2x-1) + \sin(4x)}{\arctg(\frac{1}{x^2}) - x^2}$$

5) Add meg az alábbi függvény inflexiós pontjait. Hol lesz konvex a függvény? (8p)

$$f(x) = -x^2 \ln x$$

6) Számold ki az alábbi integrálokat! (8p)

$$a) \int x 2^x dx \quad b) \int_1^2 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{2}{x} dx$$

Jó munkát!