II. ZH (2012-Minta) [K2]

1) Adjuk az alábbi függvények értelmezési tartományát!

$$f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x+5}} \quad g(x) = \frac{\log_2(4-x)}{x^2-1}$$

(8p)

$$D_f = (-5, 2], \quad D_g = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 4)$$

2) Vizsgáljuk meg az alábbi határértékeket. **(12p)**

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x}{\sqrt{2x^2+1}} \quad \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{\cos x}-1}{5x^2} \quad \lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x}-2}$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}} \quad \frac{-1}{20} \quad \frac{4}{3}$$

3) Differenciáljuk formálisan az alábbi függvényeket! **(10p)**

$$f(x) = (x^5 - 4x^4) \cdot \sqrt[3]{x^2+3x-1}$$

$$g(x) = \frac{\ln(x-1) \cdot \sin x + \cos^2(3x)}{5^x + 1}$$

$$h(x) = \operatorname{arctg}(1+x^2) \cdot 2^{-x^2}$$

4) Adjuk meg az alábbi függvény lokális szélsőértékhelyeit. Adjuk meg a kapott pontokban a függvény értékét is. **(10p)**

$$f(x) = \frac{1}{x^2-2x-3}$$

$$D_f = \mathbf{R}\backslash\{-1, 3\} \quad f'(x) = \frac{-2(x-1)}{(x^2-2x-3)^2} \quad x_0 = 1 \ \text{ lok. max. } \ f(x_0) = -1/4$$

5) Hol lesz monoton növő az alábbi függvény? **(10p)**

$$a)\ f(x) = x - x^3 \quad b)\ g(x) = -xe^{-x^2+1}$$

$$a) \quad \left[\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right], \quad b) \quad \left(-\infty, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty\right)$$

Jó munkát!