Név:

1. dolgozat

Számítógéppel segített matematikai modellezés

"A" változat

2012. október 30, kedd

Oldd meg a következő feladatokat. Készíts szép notebook-ot, figyelj a korrekt strukturált megoldásokra, válaszolj a kérdésekre.

---

1. feladat (15 pont)

a) Készítsd el az alábbi táblázat elsô 50 sorát!

a j-edik sorban a j-edik természetes szám áll, utána a j-edik ikerprím(pár) elsô és második tagja, tehát pl. a 2. sor:

2 5 7

b) Add meg a szupertökéletes számokat 100000-ig, azaz olyan n természetes számokat generálj, melyre $((\sigma(\sigma(n)) = 2n) \wedge (n<10^6))$. Pl. $(2*2=\sigma(\sigma(2))=\sigma(3)=4$, σ-osztók összege)

c) Add meg az $f(x) = x^2 e^{-x}$ fgv $f^{(k)}$ magasabbrendû deriváltjait táblázatban($0\le k\le 10$) . Adj ez alapján képletet $f^{(n)}(x)$-re! ($n\in\mathbb{N}$). Add meg az $f^{(k)}(0)$ sorozatot is ($0\le k\le 10$).

---

2. feladat (10 pont)

Ábrázold a

$$h(x) = \frac{1}{1/2 - e^{1/x}}$$

függvényt a [-10,10] intervallumon, add meg az értelemezési tartományt!
Add meg $+\infty$-ben és a $-\infty$-ben a limeszt!
Add meg a két véges kritikus pontban a féloldali limeszeket! Van-e limesz?
Hogyan kell az elsô ábrát módosítani, hogy a véges pontokban a féloldali limeszek vizuálisan is szemléltethetôk legyenek?
Add meg az inflexiós pontokat, színezz (új ábrán) a második derivált elôjele szerint!

---

3. feladat (15 pont)

A numerikus matematikában az $L(x) = \sum_{j=1}^{n} \left| \prod_{k=1,k\neq j}^{n} (x-x_k) \Big/ (x_j - x_k) \right|$ polinomot az $XL = \{x_1, x_2 \ldots, x_n\}$ alappontrendszerhez (elemek pár. kül.) tartozó Lebesgue polinomnak nevezik.

a) Add meg azt a függvényt, aminek bemenô paramétere az XL lista és elôállítja L-t.
b) Add meg LebF[{-1, 0, 1}]-et, ábrázold [-1, 1]-en.
c) Add meg LebF[{ -1, 0, 1}] maximumát [-1, 1]-en, jelöld be azokat a pontokat a b) -beli grafikonon, ahol ezt a maximumot felveszi a függvény!

Készíts interaktív ábrát melyben 2 csúszka segítségével ábrázolod a LebF[{a1,0,a3}] függvénycsaládot. (a1,a3≠0 a1≠ a3, a1,a3∈[-1, 1])

Tippek: Sum, Product, Abs, Maximize, NMaximize, Manipulate

Itt egy tipikus példa:

```
LebF[{-1, -1/3, 1/3, 1}]
```

$$\frac{9}{16}\text{Abs}\left[(1-x)\left(-\frac{1}{3}+x\right)\left(\frac{1}{3}+x\right)\right]+\frac{27}{16}\text{Abs}\left[(-1+x)\left(-\frac{1}{3}+x\right)(1+x)\right]+\frac{27}{16}\text{Abs}\left[(-1+x)\left(\frac{1}{3}+x\right)(1+x)\right]+\frac{9}{16}\text{Abs}\left[\left(-\frac{1}{3}+x\right)\left(\frac{1}{3}+x\right)(1+x)\right]$$

```
LebF[XL_List] :=
```

4. feladat (15 pont)

Egy számot “majdnem prím”-nek vagy félprímnek nevezük, ha pontosan 2 kül prímtényezôje van multiplicitással, azaz ha $z = \text{p1}^{\text{a1}}\ \text{p2}^{\text{a2}} .. \text{pk}^{\text{ak}}$, akkor $\sum_i a_i = 2$.
Add meg az elsô 50 ilyen elemet. Készíts interkatív ábrát is: a csúszka (n) menjen 1 és 50 között és adja meg a az n-edik félprímet és a prímfelbontását .
Készíts kísérletet a relatív gyakoriságuk vizsgálatára. Legyen $n = 10^k$, $k = 2, 3, 4, 5, 6$. Ábrázold a sorozatot.

Tipp: FactorInteger , ListPlot