

LINEÁRIS ALGEBRA II

év eleji felmérő

2022 őszi félév, BSc

Tudnivalók. A feladatokat önállóan kell megoldani. Szabad számológépet használni, a tavalyi jegyzetbe is bele lehet kukkantani, de más ember segítségét vagy számítógépes algebrai rendszert igénybe venni nem ér.

1. feladat. Oldja meg az alábbi lineáris egyenletrendszert. Az összes megoldást írja le (paraméteresen), ne csak egyet. Mik a szabad változók és mik a kötött változók?

$$\begin{array}{rccccrcr} x_1 & & & & - & x_4 & & = & 0 \\ x_1 & - & x_2 & - & x_3 & & & = & 0 \\ 3x_1 & & & & & & - & x_5 & = & 0 \end{array}$$

2. feladat. Tekintsük az \mathbb{R}^5 vektortérben az alábbi W alteret:

$$W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) : x_1 - x_4 = 0 \text{ és } x_1 - x_2 - x_3 = 0 \text{ és } 3x_1 - x_5 = 0\}.$$

Adjon meg két vektorból álló generátorrendszert a W altérben, vagyis olyan $w_1, w_2 \in \mathbb{R}^5$ vektorokat, amelyekre W nem más, mint a w_1, w_2 vektorok lineáris kombinációinak halmaza:

$$W = \{\lambda_1 w_1 + \lambda_2 w_2 : \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}\}.$$

3. feladat. Oldja meg az alábbi lineáris egyenletrendszert. Az összes megoldást írja le (paraméteresen), ne csak egyet. Mik a szabad változók és mik a kötött változók?

$$\begin{array}{rccccrcr} x_1 & + & 4x_2 & - & 3x_3 & + & x_4 & + & 3x_5 & = & 12 \\ -2x_1 & + & x_2 & & & & + & x_4 & & = & 6 \\ 3x_1 & - & 2x_2 & - & x_3 & + & x_4 & + & x_5 & = & 4 \end{array}$$

4. feladat. Tekintsük az \mathbb{R}^5 vektortérben az alábbi három vektort:

$$u_1 = (1, 4, -3, 1, 3), \quad u_2 = (-2, 1, 0, 1, 0), \quad u_3 = (3, -2, -1, 1, 1).$$

- (a) Írja le az u_1, u_2, u_3 vektorok által kifeszített alteret, vagyis adja meg, hogy milyen összefüggéseknek kell teljesülniük az x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 számok között ahhoz, hogy az $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ vektor előálljon u_1, u_2, u_3 lineáris kombinációjaként.
- (b) Lineárisan független-e az u_1, u_2, u_3 vektorrendszer?