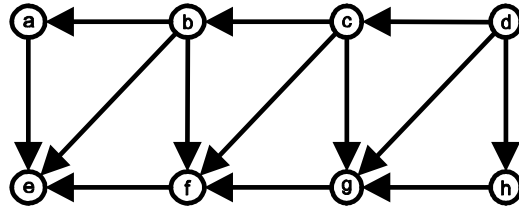


1	2	3	4	5	6	7	8	$\Sigma$

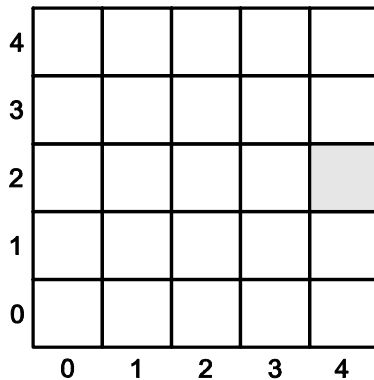
Név: .....

**1. feladat** (1 pont): Írja fel az alábbi gráfon játszott gráfjáték *betli változatának* Sprague–Grundy-függvényét, és határozza meg a *d* csúcsból az *összes* jó lépést.



Jó lépések: .....

**2. feladat** (1 pont): Lesántult a bástya: balra legfeljebb hármat tud lépni, lefelé pedig legfeljebb kettőt. Írja fel a *Sarokba a sánta bástyát!* játék *betli változatának* Sprague–Grundy-függvényét, és határozza meg a (4, 2) állásból az *összes* jó lépést.



Jó lépések: .....

**3. feladat** (1 pont): Határozza meg a négy csomóval játszott nim játék (25, 45, 51, 12) állásából az *összes* jó lépést.

Jó lépések: .....

**4. feladat** (1 pont): Határozza meg a Wythoff-nim (15, 23) állásából az *összes* jó lépést

Jó lépések: .....

**5. feladat** (1 pont): Legyen  $\gamma$  a  $\{2, 4, 5\}$  kivonási halmazú kivonási játék *betli változatának* Sprague–Grundy-függvénye. Számítsa ki  $\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(10)$  értékét, és határozza meg a 10 állásból az *összes* jó lépést.

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\gamma(n)$											

Jó lépések: .....

**6. feladat** (1 pont): Tekintsük azt a rontom-bontom játékot, melynek szabályai a következők:

- 1-elemű kupac: el lehet venni;
- 2-elemű kupac: nem szabad hozzányúlni;
- legalább 3-elemű kupac: kettőt kell elvenni, és a maradékot ketté szabad osztani.

Legyen  $\gamma$  ennek a játéknak a Sprague–Grundy-függvénye. Számítsa ki  $\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(13)$  értékét, és határozza meg a 13 állásból az *összes* jó lépést.

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\gamma(n)$														

Jó lépések: .....

**7. feladat** (1 pont): Rakja ki a tizenötös játékot.

**8. feladat** (2 pont): Mutasson példát olyan kétszemélyes kombinatorikai játékra, ami normál és szimmetrikus, mégsem létezik Sprague–Grundy-függvénye. (A választ indokolni kell!)