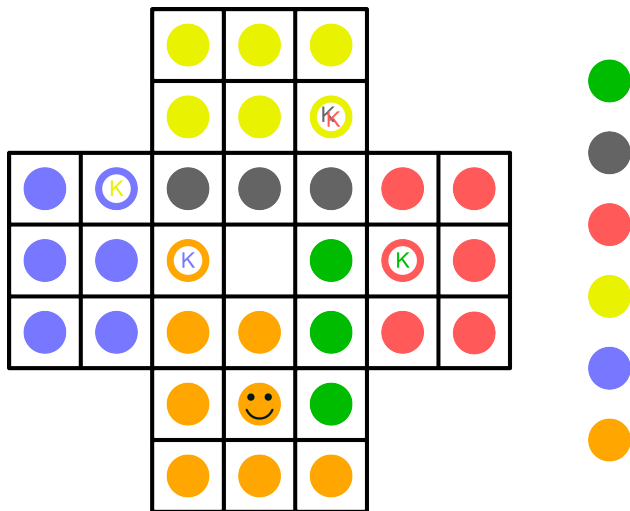
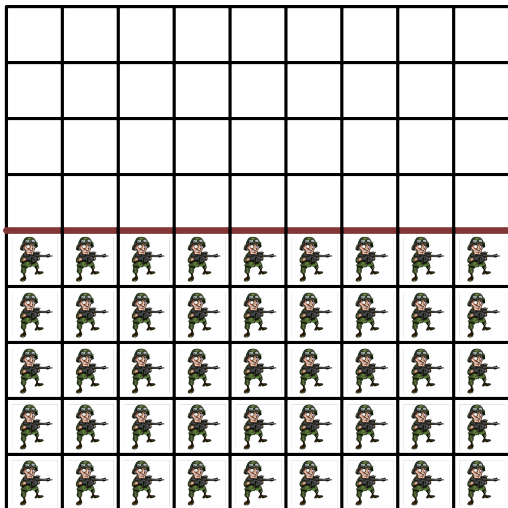


Szoliter

Szeges szoliter

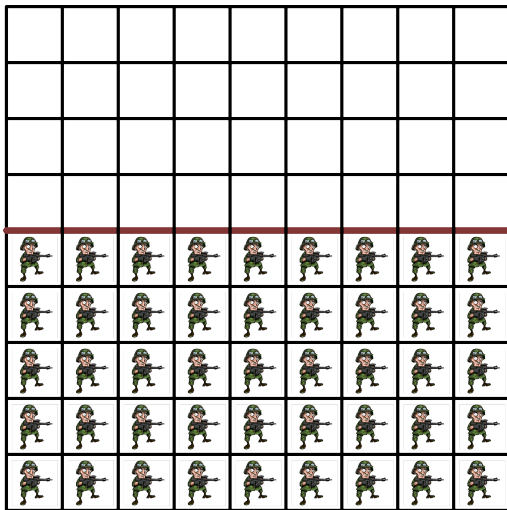


Szoliterhadsereg a saktáblán



Szoliterhadsereg a sakktáblán

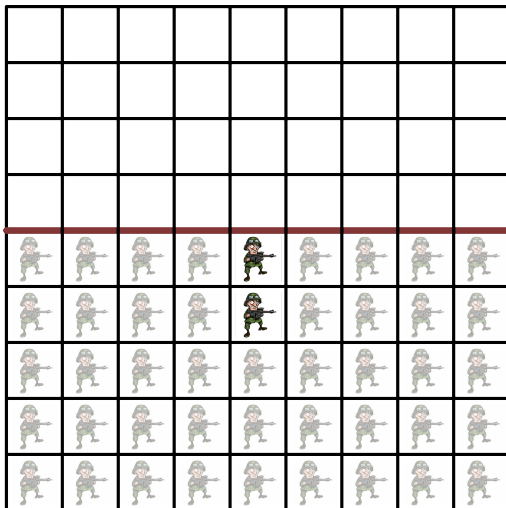
Kérdés: Hány katonát kell mozgósítani, hogy eljussunk az 1. sorba?



Szoliterhadsereg a sakktáblán

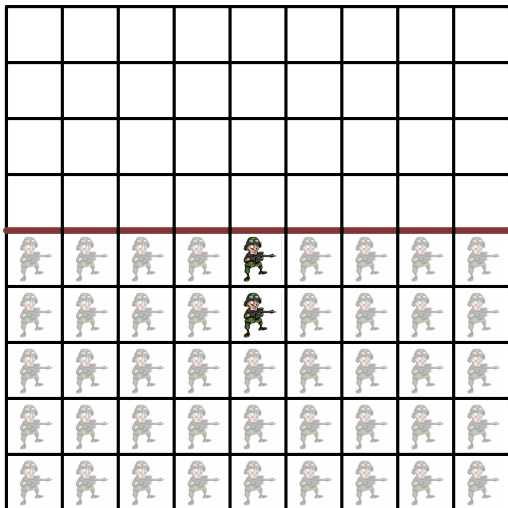
Kérdés: Hány katonát kell mozgósítani, hogy eljussunk az 1. sorba?

Válasz: Kettőt.



Szoliterhadsereg a sakktáblán

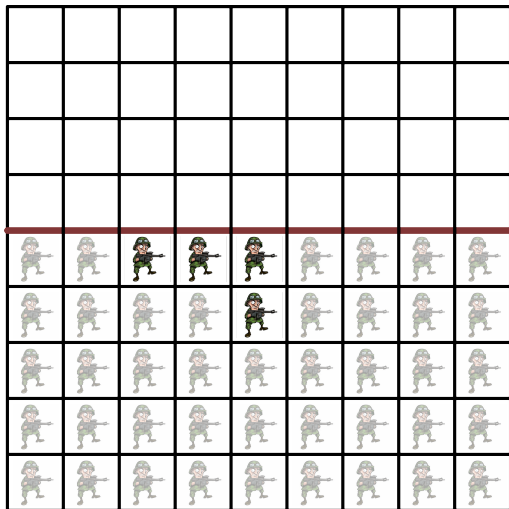
Kérdés: Hány katonát kell mozgósítani, hogy eljussunk a 2. sorba?



Szoliterhadsereg a sakktáblán

Kérdés: Hány katonát kell mozgósítani, hogy eljussunk a 2. sorba?

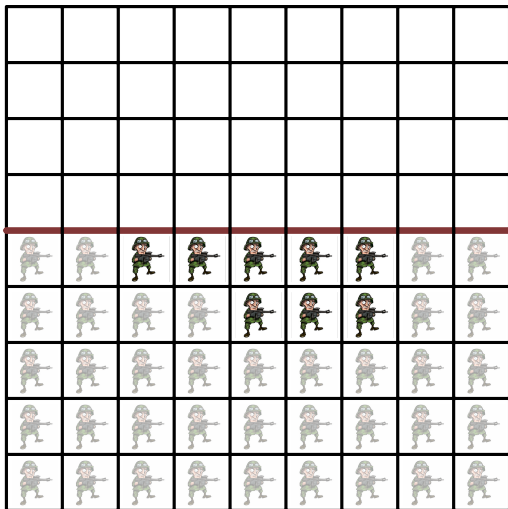
Válasz: Négyet.



Szoliterhadsereg a sakktáblán

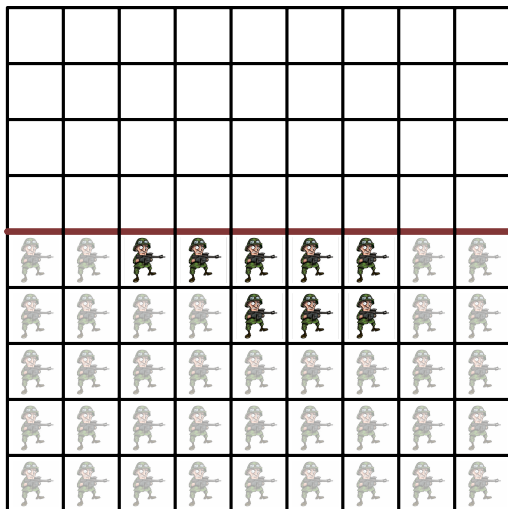
Kérdés: Hány katonát kell mozgósítani, hogy eljussunk a 3. sorba?

Válasz: Nyolcat.



Szoliterhadsereg a sakktáblán

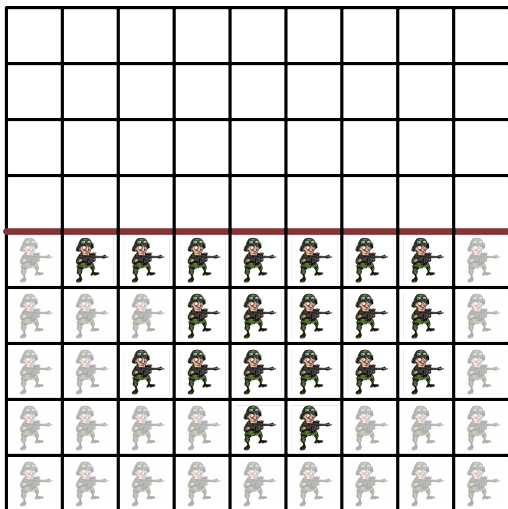
Kérdés: Hány katonát kell mozgósítani, hogy eljussunk a 4. sorba?



Szoliterhadsereg a sakktáblán

Kérdés: Hány katonát kell mozgósítani, hogy eljussunk a 4. sorba?

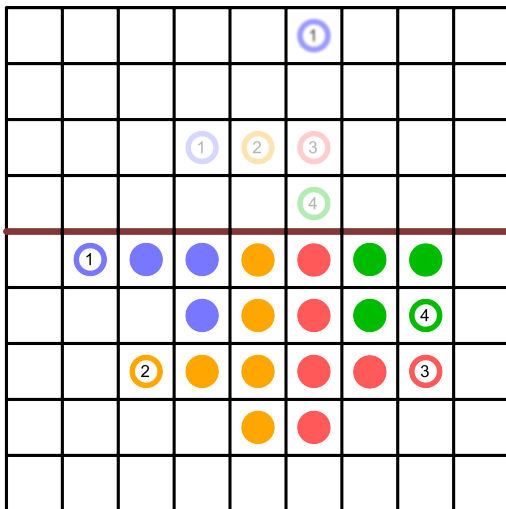
Válasz: Húszat.



Szoliterhadsereg a sakktáblán

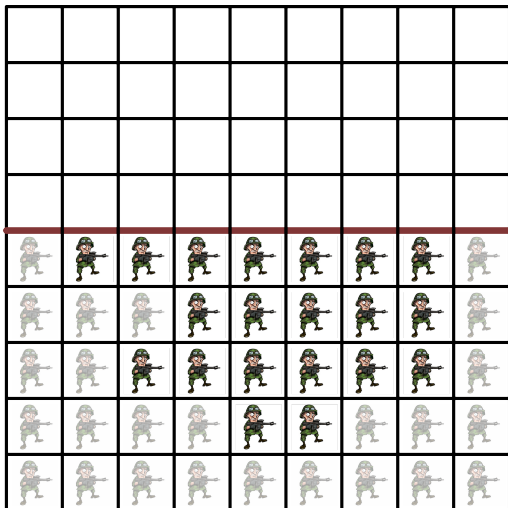
Kérdés: Hány katonát kell mozgósítani, hogy eljussunk a 4. sorba?

Válasz: Húszat.



Szoliterhadsereg a sakktáblán

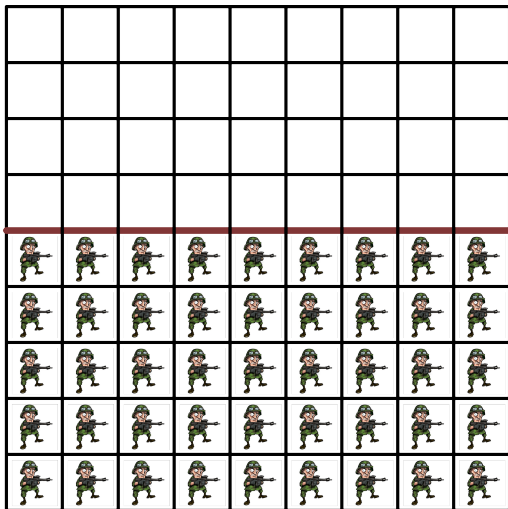
Kérdés: Hány katonát kell mozgósítani, hogy eljussunk az 5. sorba?



Szoliterhadsereg a saktáblán

Kérdés: Hány katonát kell mozgósítani, hogy eljussunk az 5. sorba?

Válasz: Végtelen sok sem elég!



Szoliterkatona az ötödik sorban?

Tétel (Conway)

A szoliterkatonák nem tudnak eljutni az ötödik sorba.

Szoliterkatona az ötödik sorban?

Tétel (Conway)

A szoliterkatonák nem tudnak eljutni az ötödik sorba.

Biz.

Szoliterkatona az ötödik sorban?

Tétel (Conway)

A szoliterkatonák nem tudnak eljutni az ötödik sorba.

Biz.

Tegyük fel, hogy eljutott egy szoliterkatona az ötödik sor valamelyik négyzetébe.

Szoliterkatona az ötödik sorban?

Tétel (Conway)

A szoliterkatonák nem tudnak eljutni az ötödik sorba.

Biz.

Tegyük fel, hogy eljutott egy szoliterkatona az ötödik sor valamelyik négyzetébe. Írjunk ebbe a négyzetbe egy 1-est, a vele szomszédos négyzetekbe σ -t, az ezekkel szomszédos négyzetekbe σ^2 -et, és így tovább.

Szoliterkatona az ötödik sorban?

Tétel (Conway)

A szoliterkatonák nem tudnak eljutni az ötödik sorba.

Biz.

Tegyük fel, hogy eljutott egy szoliterkatona az ötödik sor valamelyik négyzetébe. Írjunk ebbe a négyzetbe egy 1-est, a vele szomszédos négyzetekbe σ -t, az ezekkel szomszédos négyzetekbe σ^2 -et, és így tovább. Tehát egy tetszőleges négyzetbe akkor kerül σ^n , ha az ötödik sorbeli elfoglalt négyzettől mért *Manhattan-távolsága* éppen n .

Szoliterkatona az ötödik sorban?

Tétel (Conway)

A szoliterkatona nem tudnak eljutni az ötödik sorba.

Biz.

Tegyük fel, hogy eljutott egy szoliterkatona az ötödik sor valamelyik négyzetébe. Írjunk ebbe a négyzetbe egy 1-et, a vele szomszédos négyzetekbe σ -t, az ezekkel szomszédos négyzetekbe σ^2 -et, és így tovább. Tehát egy tetszőleges négyzetbe akkor kerül σ^n , ha az ötödik sorbeli elfoglalt négyzettől mért *Manhattan-távolsága* éppen n .

Itt $\sigma = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx 0,62$ az aranymetszés aránya. Elég azt tudni, hogy

$$\sigma^2 + \sigma = 1 \quad \text{és} \quad 0 < \sigma < 1.$$

Szoliterkatona az ötödik sorban?

Tétel (Conway)

A szoliterkatonák nem tudnak eljutni az ötödik sorba.

Biz.

Tegyük fel, hogy eljutott egy szoliterkatona az ötödik sor valamelyik négyzetébe. Írjunk ebbe a négyzetbe egy 1-et, a vele szomszédos négyzetekbe σ -t, az ezekkel szomszédos négyzetekbe σ^2 -et, és így tovább. Tehát egy tetszőleges négyzetbe akkor kerül σ^n , ha az ötödik sorbeli elfoglalt négyzettől mért *Manhattan-távolsága* éppen n .

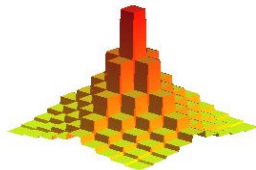
Itt $\sigma = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx 0,62$ az aranymetszés aránya. Elég azt tudni, hogy

$$\sigma^2 + \sigma = 1 \quad \text{és} \quad 0 < \sigma < 1.$$

Egy állás *súlyán* az elfoglalt négyzetekbe írt számok összegét értjük.

Pagodafüggvény

σ^4	σ^3	σ^2	σ	1	σ	σ^2	σ^3	σ^4
σ^5	σ^4	σ^3	σ^2	σ	σ^2	σ^3	σ^4	σ^5
σ^6	σ^5	σ^4	σ^3	σ^2	σ^3	σ^4	σ^5	σ^6
σ^7	σ^6	σ^5	σ^4	σ^3	σ^4	σ^5	σ^6	σ^7
σ^8	σ^7	σ^6	σ^5	σ^4	σ^5	σ^6	σ^7	σ^8
σ^9	σ^8	σ^7	σ^6	σ^5	σ^6	σ^7	σ^8	σ^9
σ^{10}	σ^9	σ^8	σ^7	σ^6	σ^7	σ^8	σ^9	σ^{10}
σ^{11}	σ^{10}	σ^9	σ^8	σ^7	σ^8	σ^9	σ^{10}	σ^{11}
σ^{12}	σ^{11}	σ^{10}	σ^9	σ^8	σ^9	σ^{10}	σ^{11}	σ^{12}



Az állás súlya sosem nőhet

σ^{i+1}	σ^i	
----------------	------------	--

\longrightarrow

		σ^{i-1}
--	--	----------------

$$\sigma^{i+1} + \sigma^i = \sigma^{i-1}$$

Az állás súlya sosem nőhet

σ^{i+1}	σ^i	
----------------	------------	--

→

		σ^{i-1}
--	--	----------------

$$\sigma^{i+1} + \sigma^i = \sigma^{i-1}$$

	σ^i	σ^{i-1}
--	------------	----------------

→

σ^{i+1}		
----------------	--	--

$$\sigma^i + \sigma^{i-1} > \sigma^{i+1}$$

Az állás súlya sosem nőhet

σ^{i+1}	σ^i	
----------------	------------	--

→

		σ^{i-1}
--	--	----------------

$$\sigma^{i+1} + \sigma^i = \sigma^{i-1}$$

	σ^i	σ^{i-1}
--	------------	----------------

→

σ^{i+1}		
----------------	--	--

$$\sigma^i + \sigma^{i-1} > \sigma^{i+1}$$

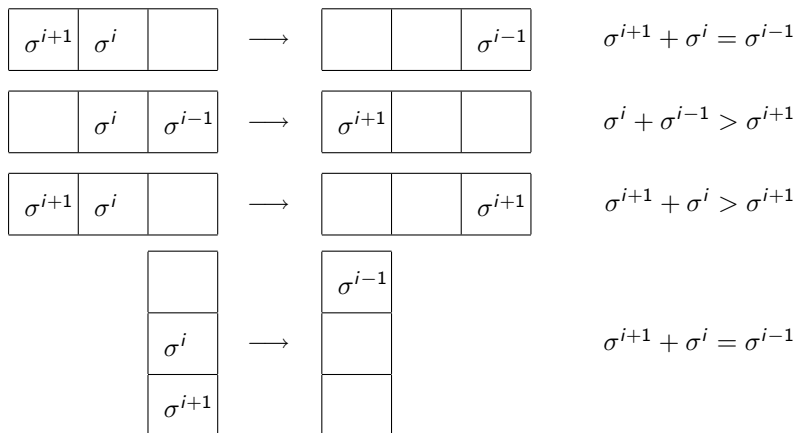
σ^{i+1}	σ^i	
----------------	------------	--

→

		σ^{i+1}
--	--	----------------

$$\sigma^{i+1} + \sigma^i > \sigma^{i+1}$$

Az állás súlya sosem nőhet



Az állás súlya sosem nőhet

σ^{i+1}	σ^i		\longrightarrow			σ^{i-1}	$\sigma^{i+1} + \sigma^i = \sigma^{i-1}$
----------------	------------	--	-------------------	--	--	----------------	--

	σ^i	σ^{i-1}	\longrightarrow	σ^{i+1}			$\sigma^i + \sigma^{i-1} > \sigma^{i+1}$
--	------------	----------------	-------------------	----------------	--	--	--

σ^{i+1}	σ^i		\longrightarrow			σ^{i+1}	$\sigma^{i+1} + \sigma^i > \sigma^{i+1}$
----------------	------------	--	-------------------	--	--	----------------	--

			\longrightarrow	σ^{i-1}			
	σ^i						$\sigma^{i+1} + \sigma^i = \sigma^{i-1}$
	σ^{i+1}						

	σ^{i-1}		\longrightarrow				
	σ^i						$\sigma^i + \sigma^{i-1} > \sigma^{i+1}$
						σ^{i+1}	

A kezdőállás súlya

Emlékeztető: $1 + \sigma + \sigma^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma^n = \frac{1}{1 - \sigma} = \frac{1}{\sigma^2}$

A kezdőállás súlya

Emlékeztető: $1 + \sigma + \sigma^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma^n = \frac{1}{1 - \sigma} = \frac{1}{\sigma^2}$

...	σ^9	σ^8	σ^7	σ^6	σ^5	σ^6	σ^7	σ^8	σ^9	...
...	σ^{10}	σ^9	σ^8	σ^7	σ^6	σ^7	σ^8	σ^9	σ^{10}	...
...	σ^{11}	σ^{10}	σ^9	σ^8	σ^7	σ^8	σ^9	σ^{10}	σ^{11}	...
...	σ^{12}	σ^{11}	σ^{10}	σ^9	σ^8	σ^9	σ^{10}	σ^{11}	σ^{12}	...
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
...	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	...
...	$\frac{\sigma^9}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^8}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^7}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^6}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^5}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^6}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^7}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^8}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^9}{\sigma^2}$...

}

A kezdőállás súlya

Emlékeztető: $1 + \sigma + \sigma^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma^n = \frac{1}{1 - \sigma} = \frac{1}{\sigma^2}$

...	σ^9	σ^8	σ^7	σ^6	σ^5	σ^6	σ^7	σ^8	σ^9	...
...	σ^{10}	σ^9	σ^8	σ^7	σ^6	σ^7	σ^8	σ^9	σ^{10}	...
...	σ^{11}	σ^{10}	σ^9	σ^8	σ^7	σ^8	σ^9	σ^{10}	σ^{11}	...
...	σ^{12}	σ^{11}	σ^{10}	σ^9	σ^8	σ^9	σ^{10}	σ^{11}	σ^{12}	...
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
...	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	...
...	$\frac{\sigma^9}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^8}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^7}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^6}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^5}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^6}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^7}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^8}{\sigma^2}$	$\frac{\sigma^9}{\sigma^2}$...

$\sigma^3 + 2\sigma^4 + 2\sigma^5 + \dots =$ (folyt. köv.)

Az ellentmondás

A kezdőállás súlya:

$$\sigma^3 + 2\sigma^4 + 2\sigma^5 + \dots$$

Az ellentmondás

A kezdőállás súlya:

$$\sigma^3 + 2\sigma^4 + 2\sigma^5 + \dots = \sigma^3 + \sigma^4 + \sigma^5 + \dots + \sigma^4 + \sigma^5 + \sigma^6 + \dots$$

Az ellentmondás

A kezdőállás súlya:

$$\begin{aligned}\sigma^3 + 2\sigma^4 + 2\sigma^5 + \dots &= \sigma^3 + \sigma^4 + \sigma^5 + \dots + \sigma^4 + \sigma^5 + \sigma^6 + \dots \\ &= \sigma^3 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) + \sigma^4 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots)\end{aligned}$$

Az ellentmondás

A kezdőállás súlya:

$$\begin{aligned}\sigma^3 + 2\sigma^4 + 2\sigma^5 + \dots &= \sigma^3 + \sigma^4 + \sigma^5 + \dots + \sigma^4 + \sigma^5 + \sigma^6 + \dots \\ &= \sigma^3 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) + \sigma^4 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) \\ &= \frac{\sigma^3}{\sigma^2} + \frac{\sigma^4}{\sigma^2}\end{aligned}$$

Az ellentmondás

A kezdőállás súlya:

$$\begin{aligned}\sigma^3 + 2\sigma^4 + 2\sigma^5 + \dots &= \sigma^3 + \sigma^4 + \sigma^5 + \dots + \sigma^4 + \sigma^5 + \sigma^6 + \dots \\ &= \sigma^3 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) + \sigma^4 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) \\ &= \frac{\sigma^3}{\sigma^2} + \frac{\sigma^4}{\sigma^2} = \sigma + \sigma^2\end{aligned}$$

Az ellentmondás

A kezdőállás súlya:

$$\begin{aligned}\sigma^3 + 2\sigma^4 + 2\sigma^5 + \dots &= \sigma^3 + \sigma^4 + \sigma^5 + \dots + \sigma^4 + \sigma^5 + \sigma^6 + \dots \\ &= \sigma^3 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) + \sigma^4 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) \\ &= \frac{\sigma^3}{\sigma^2} + \frac{\sigma^4}{\sigma^2} = \sigma + \sigma^2 = 1.\end{aligned}$$

Az ellentmondás

A kezdőállás súlya:

$$\begin{aligned}\sigma^3 + 2\sigma^4 + 2\sigma^5 + \dots &= \sigma^3 + \sigma^4 + \sigma^5 + \dots + \sigma^4 + \sigma^5 + \sigma^6 + \dots \\ &= \sigma^3 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) + \sigma^4 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) \\ &= \frac{\sigma^3}{\sigma^2} + \frac{\sigma^4}{\sigma^2} = \sigma + \sigma^2 = 1.\end{aligned}$$

Az 5. sorba való betöréskor az állás súlya: $1 + \infty$ sok pozitív szám > 1 .

Az ellentmondás

A kezdőállás súlya:

$$\begin{aligned}\sigma^3 + 2\sigma^4 + 2\sigma^5 + \dots &= \sigma^3 + \sigma^4 + \sigma^5 + \dots + \sigma^4 + \sigma^5 + \sigma^6 + \dots \\ &= \sigma^3 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) + \sigma^4 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) \\ &= \frac{\sigma^3}{\sigma^2} + \frac{\sigma^4}{\sigma^2} = \sigma + \sigma^2 = 1.\end{aligned}$$

Az 5. sorba való betöréskor az állás súlya: $1 + \infty$ sok pozitív szám > 1 .

A súlya a lépések során sosem nőtt.

Az ellentmondás

A kezdőállás súlya:

$$\begin{aligned}\sigma^3 + 2\sigma^4 + 2\sigma^5 + \dots &= \sigma^3 + \sigma^4 + \sigma^5 + \dots + \sigma^4 + \sigma^5 + \sigma^6 + \dots \\ &= \sigma^3 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) + \sigma^4 (1 + \sigma + \sigma^2 + \dots) \\ &= \frac{\sigma^3}{\sigma^2} + \frac{\sigma^4}{\sigma^2} = \sigma + \sigma^2 = 1.\end{aligned}$$

Az 5. sorba való betöréskor az állás súlya: $1 + \infty$ sok pozitív szám > 1 .

A súly a lépések során sosem nőtt.

