

MAGASABB FOKÚ EGYENLETEK ÉS GEOMETRIAI SZERKESZTHETŐSÉG

2015 őszi félév

1. HÁLÓK ALAPTULAJDONSÁGAI

(Hálók mint részbenrendezett halmazok és mint algebrai struktúrák; részhálók, homomorfizmusok és izomorfizmusok.)

2. DISZTRIBUTÍV HÁLÓK ÉS BOOLE-ALGEBRÁK

(A disztributív egyenlőtlenség; Birkhoff disztributivitási kritériuma; komplementum, Boole-algebrák; Birkhoff és Stone reprezentációs tételei; részhalmazok hálója, osztók hálója.)

3. MODULÁRIS HÁLÓK

(A moduláris egyenlőtlenség; csoport normálosztóhálója; Dedekind modularitási kritériuma.)

4. TESTBŐVÍTÉSEK FAJTÁI

(A különböző fajta testbővítések tulajdonságai és egymással való kapcsolatuk; torony-törvény; primitív elem.)

5. ALGEBRAI LEZÁRT

(Az algebrai lezárt fogalma és tulajdonságai; az algebrai számok teste algebrailag zárt.)

6. FELBONTÁSI TESTEK ÉS NORMÁLIS TESTBŐVÍTÉSEK

(A felbontási test egzisztenciája és unicitása; a végesfokú normális bővítések ekvivalens jellemzései.)

7. GEOMETRIAI SZERKESZTHETŐSÉG

(A szerkeszthetőség algebrai átfogalmazása; négyzetgyökbővítés; szükséges, illetve szükséges és elegendő feltétel a szerkeszthetőségre; kockakettőzés, szögharmadolás, körnégyyszögösítés.)

8. KÖROSZTÁSI POLINOMOK ÉS A SZABÁLYOS SOKSZÖGEK SZERKESZTHETŐSÉGE

(A körosztási polinomok definíciója és tulajdonságai; Gauss–Wantzel-tétel.)

9. FELOLDHATÓ CSOPORTOK

(Nevezetes példák, kommutatív egységelemes gyűrű feletti lineáris függvények csoportja, szimmetrikus és alternáló csoportok; feloldható csoport részcsoportha és faktorcsoportha, bővítés.)

10. A GALOIS-CSOPORT

(Testbővítés, illetve polinom Galois-csoportja; gyökök permutációcsoportjaként való értelmezés; kapcsolat a konjugáltsággal; normális bővítés Galois-csoportjának elemszáma.)

11. LEZÁRÁSI OPERÁTOROK ÉS GALOIS-KAPCSOLATOK, A GALOIS-ELMÉLET FŐTÉTELE

(Lezárási operátorok, a zárt halmazok hálója; Galois-kapcsolathoz tartozó lezárási operátor, a Galois-zárt halmazok hálójának duális izomorfiaja; a Galois-kapcsolat; a főtétele (egy részének) bizonyítása.)

12. RADIKÁLBŐVÍTÉSEK ÉS GYÖKMENNYISÉGEK

(Radikálbővítések és gyökmennyiségek kapcsolata; \mathbb{Q} feletti gyökmennyiségek és algebrai számok; egyszerű radikálbővítés Galois-csoportja.)

13. NORMÁLIS RADIKÁLBŐVÍTÉSEK

(Normális lezárt; radikálbővítés normális lezártja; normális radikálbővítés Galois-csoportja.)

14. AZ ÖTÖDFOKÚ EGYENLET NEM OLDHATÓ MEG GYÖKJELEKKEL

(Gyökjelekkel való megoldhatóság jellemzése a Galois-csoporttal; prímfokú szimmetrikus csoport transzpozíciót tartalmazó tranzitív részcsoportha; van olyan ötödfokú polinom \mathbb{Q} felett, melynek gyökei nem gyökmennyiségek.)

15. AZ ÁLTALÁNOS n -EDFOKÚ EGYENLET

(Az általános n -edfokú egyenlet felbontási teste és Galois-csoportja; Ruffini–Abel-tétel; a diszkrimináns és az alternáló csoport; az általános másod- és harmafokú egyenlet Galois-csoportjának részcsoportha és a megfelelő közbülső testek, kapcsolat a megoldókép-
lettel.)