

MAGASABB FOKÚ EGYENLETEK ÉS GEOMETRIAI SZERKESZTHETŐSÉG

TÉTELSOR

2013 őszi félév

1. TESTBŐVÍTÉSEK FAJTÁI

(A különböző fajta testbővítések tulajdonságai és egymással való kapcsolatuk; torony-törvény; primitív elem.)

2. ALGEBRAI LEZÁRT

(Az algebrai lezárt fogalma és tulajdonságai; az algebrai számok teste algebrailag zárt.)

3. FELBONTÁSI TESZTEK ÉS NORMÁLIS TESTBŐVÍTÉSEK

(A felbontási test egzisztenciája és unicitása; a végesfokú normális bővítések ekvivalens jellemzései.)

4. GEOMETRIAI SZERKESZTHETŐSÉG

(A szerkeszthetőség algebrai átfogalmazása, négyzetgyökbővítés; szükséges, illetve szükséges és elegendő feltétel a szerkeszthetőségre.)

5. NEVEZETES SZERKESZTHETŐSÉGI PROBLÉMÁK

(Szögharmadolás, $\cos 20^\circ$ minimálpolinomjának meghatározása; kockakettőzés; körnégyszögesítés; körosztási polinomok, szabályos sokszögek szerkesztése.)

6. FELOLDHATÓ CSOPORTOK

(Nevezetes példák, kommutatív egységelemes gyűrű feletti lineáris függvények csoportja, szimmetrikus és alternáló csoportok; feloldható csoport részcsoportha és faktorcsoportha; bővítés.)

7. HÁLÓK ALAPTULAJDONSÁGAI

(Hálók mint részbenrendezett halmazok és mint algebrai struktúrák; részhálók, homomorfizmusok és izomorfizmusok.)

8. DISZTRIBUTÍV HÁLÓK ÉS BOOLE-ALGEBRÁK

(A disztributív egyenlőtlenség; Birkhoff disztributivitási kritériuma; komplementum, Boole-algebrák; Birkhoff és Stone reprezentációs tétele; részhalmazok hálójha, osztók hálójha.)

9. MODULÁRIS HÁLÓK

(A moduláris egyenlőtlenség; csoport normálosztóhálójha; Dedekind modularitási kritériuma.)

10. LEZÁRÁSI OPERÁTOROK ÉS GALOIS-KAPCSOLATOK

(Lezárási operátorok, a zárt halmazok hálójha; Galois-kapcsolathoz tartozó lezárási operátor, a Galois-zárt halmazok hálójha duális izomorfájha; a Galois-kapcsolat.)

11. A GALOIS-CSOPORT

(Testbővítés, illetve polinom Galois-csoportja; gyökök permutációcsoportjakét való értelmezés; kapcsolat a konjugáltsággal; normális bővítés Galois-csoportjának elemszáma.)

12. A GALOIS-ELMÉLET FŐTÉTELE

(A főtétele kimondása és (egy részének) bizonyítása; példák.)

13. RADIKÁLBŐVÍTÉSEK ÉS GYÖKMENNYISÉGEK

(Radikálbővítések és gyökmennyiségek kapcsolata; \mathbb{Q} feletti gyökmennyiségek és algebrai számok; egyszerű radikálbővítés Galois-csoportja.)

14. NORMÁLIS RADIKÁLBŐVÍTÉSEK

(Normális lezárt; radikálbővítés normális lezártja; normális radikálbővítés Galois-csoportja.)

15. AZ ÖTÖDFOKÚ EGYENLET NEM OLDHATÓ MEG GYÖKJELEKKEL

(Gyökjelekkel való megoldhatóság jellemzése a Galois-csoporttal; van olyan ötödfokú polinom \mathbb{Q} felett, melynek gyökei nem gyökmennyiségek.)

16. AZ ÁLTALÁNOS n -EDFOKÚ EGYENLET

(Az általános n -edfokú egyenlet felbontási teste és Galois-csoportja, Ruffini-Abel-tétel; a diszkrimináns és az alternáló csoport; az általános másod- és harmafokú egyenlet Galois-csoportjának részcsoportha és a megfelelő közbűlső tesztek, kapcsolat a megoldóképlettel.)