

MAGASABB FOKÚ EGYENLETEK ÉS GEOMETRIAI SZERKESZTHETŐSÉG TÉTELSOR

2012 őszi félév

1. TESTBŐVÍTÉSEK FAJTÁI

(A különböző fajta testbővítések tulajdonságai és egymással való kapcsolatuk; torony-törvény; primitív elem.)

2. ALGEBRAI LEZÁRT

(Az algebrai lezárt fogalma és tulajdonságai; az algebrai számok teste.)

3. FELBONTÁSI TEST

(A felbontási test egzisztenciája és unicitása; izomorfizmus kiterjesztése a felbontási testre; polinom fokszáma és felbontási testének fokszáma közötti kapcsolat¹.)

4. GEOMETRIAI SZERKESZTHETŐSÉG

(A szerkeszthetőség algebrai átfogalmazása, négyzetgyökbővítés; szükséges, illetve szükséges és elegendő feltétel a szerkeszthetőségre.)

5. NEVEZETES SZERKESZTHETŐSÉGI PROBLÉMÁK

(Szögharmadolás, $\cos 20^\circ$ minimálpolinomjának meghatározása; kockakettőzés; körnégyszögesítés; szabályos sokszögek szerkesztése.)

6. FELOLDHATÓ CSOPORTOK

(Feloldható csoport részcsoportjai és faktorcsoporthatóságai; feloldható csoport feloldható csoporttal való bővítése; nevezetes példák.)

7. HÁLÓK ALAPTULAJDONSÁGAI

(Hálók mint részbenrendezett halmazok és mint algebrai struktúrák; részhálók, homomorfizmusok és izomorfizmusok.)

8. DISZTRIBUTÍV HÁLÓK ÉS BOOLE-ALGEBRÁK

(A disztributív egyenlőtlenség; Birkhoff disztributivitási kritériuma; komplementum, Boole-algebrák; Birkhoff és Stone reprezentációs tétele; részhalmazok hálójára, osztók hálójára.)

9. MODULÁRIS HÁLÓK

(A moduláris egyenlőtlenség; csoport normálosztóhálójára; Dedekind modularitási kritériuma.)

10. LEZÁRÁSI OPERÁTOROK ÉS GALOIS-KAPCSOLATOK

(Lezárási operátor, a zárt halmazok hálójára; Galois-kapcsolathoz tartozó lezárási operátor, a Galois-zárt halmazok hálójának duális izomorfizma.)

11. NORMÁLIS TESTBŐVÍTÉSEK

(A normális bővítések ekvivalens jellemzői; normális bővítés közbülső teste, normális lezárt.)

12. A GALOIS-CSOPORT

(Testbővítés, illetve polinom Galois-csoportja; gyökök permutációcsoportjaként való értelmezés; irreducibilitás és tranzitivitás kapcsolata; normális bővítés Galois-csoportjának elemszáma.)

13. A GALOIS-ELMÉLET FŐTÉTELE

(A főtétele kimondása és bizonyítása.)

14. RADIKÁLBŐVÍTÉSEK

(Egyszerű radikálbővítés Galois-csoportja; radikálbővítés normális lezártja; normális radikálbővítés Galois-csoportja.)

15. GYÖKJELEKKEL VALÓ MEGOLDHATÓSÁG

(A gyökmennyiségek teste; \mathbb{Q} feletti gyökmennyiségek és algebrai számok; gyökmennyiségek és radikálbővítések kapcsolata; gyökjelekkel való megoldhatóság jellemzése a Galois-csoporttal.)

16. AZ $x^5 - 4x + 2 = 0$ EGYENLET NEM OLDHATÓ MEG GYÖKJELEKKEL

(Prímfokú szimmetrikus csoport transzpozíciót tartalmazó tranzitív részcsoportjai; a fenti polinom Galois-csoportjának meghatározása.)

17. AZ ÁLTALÁNOS n -EDFOKÚ EGYENLET

(Az általános n -edfokú egyenlet felbontási teste és Galois-csoportja, Ruffini-Abel-tétel; a diszkrimináns és az alternáló csoport; az általános másod- és harmadfokú egyenlet Galois-csoportjának részcsoportjai és a megfelelő közbülső testek, kapcsolat a megoldóképlettel.)

¹Legalább és legfeljebb mekkora lehet egy n -edfokú polinom felbontási testének fokszáma? És ha irreducibilis a polinom?