

A négyelemű test

A $K := \mathbb{Z}_2[x]/\langle x^2 + x + 1 \rangle$ gyűrűnek négy eleme van: $\bar{0}$, $\bar{1}$, \bar{x} , $\overline{x+1}$.

+	$\bar{0}$	$\bar{1}$	\bar{x}	$\overline{x+1}$	·	$\bar{0}$	$\bar{1}$	\bar{x}	$\overline{x+1}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	\bar{x}	$\overline{x+1}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\overline{x+1}$	\bar{x}	$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	\bar{x}	$\overline{x+1}$
\bar{x}	\bar{x}	$\overline{x+1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	\bar{x}	$\bar{0}$	\bar{x}	$\overline{x+1}$	$\bar{1}$
$\overline{x+1}$	$\overline{x+1}$	\bar{x}	$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\overline{x+1}$	$\bar{0}$	$\overline{x+1}$	$\bar{1}$	\bar{x}

Ugyanez tömörebben, a $0 := \bar{0}$, $1 := \bar{1}$, $\alpha := \bar{x}$, $\beta := \overline{x+1}$ jelöléssel:

+	0	1	α	β	·	0	1	α	β
0	0	1	α	β	0	0	0	0	0
1	1	0	β	α	1	0	1	α	β
α	α	β	0	1	α	0	α	β	1
β	β	α	1	0	β	0	β	1	α

Figyeljük meg, hogy

- ▶ K test, és $\{0, 1\} = \{\bar{0}, \bar{1}\}$ egy \mathbb{Z}_2 -vel izomorf résztestet alkot K -ban;
- ▶ $\alpha = \bar{x}$ gyöke az $x^2 + x + 1 \in T[x]$ polinomnak: $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$.