

ALGEBRA ÉS SZÁMELMÉLET

szorgalmi feladatok (számelmélet)

2019 őszi félév, BSc

- 65. feladat** Mennyit ad 53-mal osztva maradékul $80^{(111^{50})}$?
- 66. feladat** Mennyit ad héttel osztva maradékul $111 \cdots 111$ (99 egyes)?
- 67. feladat** Bizonyítsa be, hogy minden $n \in \mathbb{N}$ esetén az n , $n^8 - 1$, $n^8 + 1$ számok valamelyike osztható 17-tel.
- 68. feladat** Mutassa meg, hogy ha $\text{Inko}(a, 100) = 1$, akkor $a^{20} \equiv 1 \pmod{100}$ teljesül. Hasonlítsa össze ezt az állítást az Euler–Fermat-tétellel.
- 69. feladat** Igazolja, hogy $a^{561} \equiv a \pmod{561}$ bármely a egész számra.
- 70. feladat*** Bizonyítsa be, hogy ha n nem osztható se 2-vel se 5-tel, akkor van $99 \cdots 99$ alakú többszöröse.
- 71. feladat** Legyen p és q két különböző prímszám. Mutassa meg, hogy $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$.
- 72. feladat*** Igazolja, hogy bármely p páratlan prímszámra $2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdots (p-1)^2 \equiv (-1)^{\frac{p+1}{2}} \pmod{p}$.
- 73. feladat** Legyen p páratlan prímszám. Lehetséges-e, hogy két modulo p primitív gyök szorzata is primitív gyök?