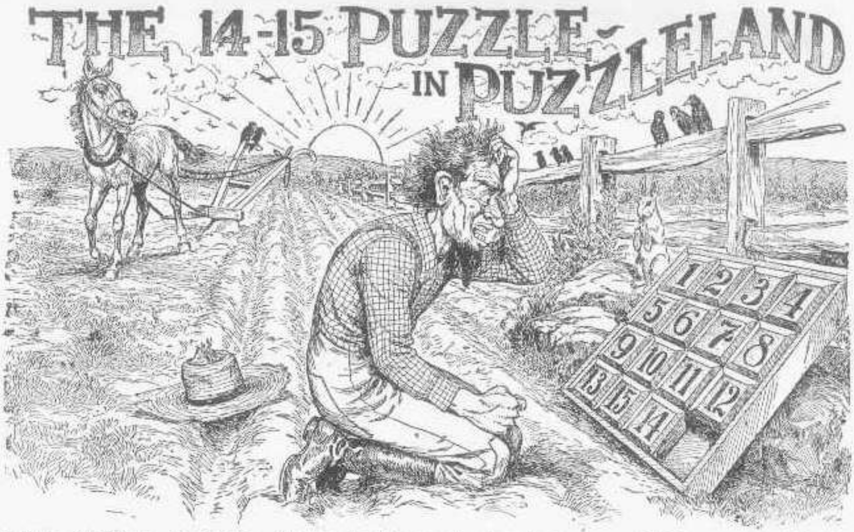
Permutációs játékok

Tizenötös játék

Tizenötös játék

Samuel Loyd (1841-1911)

Tizenötös játék



The older inhabitants of Puzzle-land will remember how in the early seventies I drove the entire world crazy over a little box of movable blocks which became known as the

he went for his noon lunch and was discovered by his frantic staff long past midnight pushing little pieces of pie around on a plate! Farmers are known to have deserted their plows

Fig 2.

	1	2	3
4	5	6	7

Fig 3.

1	2	3	4
5	6	7	8

Tizenötös játék

14	13	5	12
2	3	15	4
8		11	9
10	1	7	6

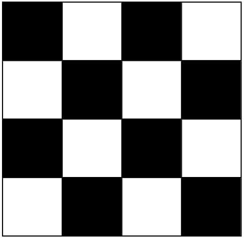
$\longrightarrow$

14	13	5	12
2		15	4
8	3	11	9
10	1	7	6

14 13 5 12 2 3 15 4 8 $\boxed{}$ 11 9 10 1 7 6

14 13 5 12 2 $\boxed{}$ 15 4 8 3 11 9 10 1 7 6

Tizenötös játék



Ha az üres hely visszakerült a jobb alsó sarokba, akkor páros számú csere történt, tehát a 15 számozott lap páros permutációit kaphatjuk csak meg így.

Tizenötös játék

16 kis négyzet:

$$16! = 20\,922\,789\,888\,000 \text{ permutáció}$$

párosság miatt csak a fele lehetséges:

$$\frac{16!}{2} = \underline{10\,461\,394\,944\,000} \text{ lehetőség}$$

$2 \times 2 \times 2$-es bűvös kocka

8 kis kocka:

$$8! = 40\,320 \text{ permutáció}$$

egy kis kocka 3-féleképpen állhat:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^8 = 6561 \text{ orientáció}$$

az utolsó kis kocka állása kötött:

$$8! \cdot 3^7 = \underline{88\,179\,840} \text{ lehetőség}$$

$3 \times 3 \times 3$-as bűvös kocka

8 sarokkocka:

$$8! = 40\,320 \text{ permutáció}, \qquad 3^8 = 6561 \text{ orientáció}$$

12 élkocka:

$$12! = 479\,001\,600 \text{ permutáció}, \qquad 2^{12} = 4096 \text{ orientáció}$$

párosság, utolsó sarok-, ill. élkocka:

$$\frac{8! \cdot 12!}{2} \cdot 3^7 \cdot 2^{11} = \underline{43\,252\,003\,274\,489\,856\,000} \text{ lehetőség}$$

Permutációs játékok

Ezekben a permutációs játékokban egy adott π permutációból kell eljutnunk az identikus permutációhoz bizonyos megengedett $\lambda_i \ (i \in I)$ lépések segítségével:

$$\pi \cdot \lambda_{i_1} \ldots \lambda_{i_k} = \mathrm{id}\,.$$

Ez az egyenlőség ekvivalens azzal, hogy

$$\pi = \lambda_{i_k}^{-1} \ldots \lambda_{i_1}^{-1},$$

tehát a feladat (játék) úgy is megfogalmazható, hogy a π permutációt kell kifejeznünk a λ_i permutációk segítségével.

A játékszer tehát gyakorlatilag egy $G = [\{\lambda_i : i \in I\}]$ csoport, és a játék abból áll, hogy egy $\pi \in G$ elemet próbálunk előállítani a λ_i generátorelemekből.

A (több, mint 43 trillió elemű) Rubik-csoportot hat elemmel generáljuk. A csoport minden eleme megkapható legfeljebb 20 (26) lépésben.