

HOGYAN ÍRJUNK MATEMATIKÁT?

Készült

P. Halmos 'How to Write Mathematics' c. esszéjének és

D. Knuth, et al. 'Mathematical Writing' c. könyvének

felhasználásával

1. Minden matematikai írásmű azért készül, hogy valaki elolvassa

- (a) A cím informatív legyen, de ne hosszú, s ne tartalmazzon képletet.
- (b) A bevezetés, s főleg annak első néhány mondata nagyon fontos. Ezzel meg lehet nyerni, de el is lehet riasztani az olvasót.
- (c) Előre el kell dönteni, milyen olvasóréteget célzunk meg. Nem mindegy, hogy pl. csak az adott téma specialistái számára írunk vagy pedig szélesebb közönségnek.
- (d) Nagy hiba több anyagot belesűríteni az írásműbe, mint amit annak keretei (s megcélzott olvasói) elbírnak.
- (e) A fogalmazás minden pillanatában képzeljük magunkat az olvasó helyébe: mi az, amit már tud, s ezen a ponton mit vár (és miért).
- (f) Az írás megkezdése előtt célszerű megszerezni a mondanivalónkat, s ennek fényében előre megtervezni az írásmű felépítését. Ez akkor is így van, ha az így kialakított felépítés — tapasztalat szerint — sohasem végleges. Az írás folyamatában általában kiderül, hogy módosításra van szükség, s emiatt a már megfogalmazott részeket át kell írni. Csak akkor születik jó írás, ha a szerző kész az átírásra, az átírtak átírására, a már kétszer átírtak újbóli átírására,
- (g) Ne tételezzük fel, hogy az olvasó mindig mindenre emlékszik, amit korábban mondtunk. Pontos utalásokkal vagy pedig a fontosabb tények, fogalmak megismétlésével segítsük abban, hogy a szükséges ismereteket felidézze. Ismétlés esetén azonban mindig úgy fogalmazzunk, hogy mondjuk meg nyíltan: ismétlésről van szó.
- (h) Matematikát nem könnyű olvasni, de a nehézségeket csökkenthetők, s ezáltal az olvasás kellemesebbé tehető, ha
 - előre elmondjuk az éppen következő téma/tétel/definíció/stb. motivációját (mit fogunk csinálni, hogyan és miért);
 - a lényeges állításokat, illetve fogalmakat kétféleképpen is megfogalmazzuk; pl. először "informálisan", utána precízen, vagy egyszer képlettel, másszor szavakban;
 - hosszabb bizonyítás közben időnként összefoglaljuk, hogy hol tartunk, s mi következik.
- (i) Az olvashatóság szempontjából fontos a nyomtatott oldal külalakja is; az összebenyomás akkor jó, ha az oldal se nem túl zsúfolt, se nem széteső. A bekezdések hossza, a kiemelések (pl. tételek vagy definiált fogalmak), továbbá a szöveges részek és a kivetett képletek váltakozásának ritmusa mind-mind együttesen határozza meg az oldalak tagoltságát. A jól tagolt oldalak könnyebben olvashatók, mint azok, amelyeknek a tagolása nem megfelelő.
- (j) Nem szabad semmilyen módon félrevezetni vagy kétségben hagyni az olvasót. Például,
 - ha megfogalmazzunk egy állítást, akkor vagy mondjuk meg, miből (és hogyan) következik, vagy adjunk irodalmi hivatkozást;

- nyilvánvalónak csak olyan állítást vagy tényt nevezünk, ami tényleg az;
 - speciálisan, ne nevezünk egy állítást nyilvánvalónak azzal a céllal, hogy így „megspóroljuk” egy többsoros számolás vagy bizonyítás leírását.
- (k) Matematikáról személytelenül vagy többes szám első személyben szokás írni; az egyes szám első személy kerülendő. A többes szám első személy nem „királyi többes”, hanem ahelyett áll, hogy „a szerző és az olvasó (együtt)”. Ily módon a többes szám első személy közvetlenebb a személytelen formánál.
- Pl.: helytelen: *Amikor ezt a cikket írtuk, ...* (egy szerző esetén)
helyes: *A következő tételben azt bizonyítjuk be, hogy ...*
- (l) Tudományos cikkben saját eredményünket ne dicsérsük, ne nevezük érdekesnek.

2. Nyelvtanilag helyes, kerek mondatokban és választékosan fogalmazzuk meg mondanivalónkat

- (a) A mondat szerkesztés és a szóhasználat legyen változatos. Kerüljük el bizonyos szófordulatok monoton ismétlését. Nagyon sokféleképpen meg lehet fogalmazni azt, hogy „ B következik A -ból”!
- Pl.: B , mivel A ; B , hiszen A ; B , mert A ; A , ezért B ; A , tehát B ; A , következésképpen B ; A , s így B ; stb.
- (b) De: Legyen ismétlés a megfogalmazásban akkor, ha
- analóg esetekről beszélünk;
 - hangsúlyozni akarjuk a párhuzamot hasonló állítások, fogalmak, stb. között.
- Ezekben az esetekben a hasonló megfogalmazáson kívül érdemes külön is felhívni az olvasó figyelmét az azonosságokra, illetve a különbségekre.
- (c) Az ajánlatos ismétlés kategóriájába tartozik a következő szituáció is: ha egy definícióban több eset/lépés van, akkor ugyanezeket az eseteket/lépéseket célszerű követni mindig, amikor e definíció alapján bizonyítunk valamit.
- (d) Ne ismételjünk viszont bizonyításokat vagy hosszabb bizonyításrészleteket. Ha két bizonyításnak közös része van, akkor érdemes megkeresni, megfogalmazni, s külön bebizonyítani a „háttérben lévő” lemmát, melyre mindkét másik bizonyítás támaszkodik.
- (e) Ne használjunk félreérthető vagy nehezen olvasható mondatokat. Minden mondatnak — balról jobbra olvasva — jól érthetőnek kell lennie; ez sokszor egy-két szó beszúrásával könnyen elérhető.
- (f) A nagyon hosszú mondatok mindenképpen nehezen követhetőek. Két-három következtetési lépésnél többet ne sűrítsünk egy mondatba.
- (g) A zárójelbe vagy gondolatjelek közé tett megjegyzések, illetve közbeszúrások megszakítják az olvasás folyamatosságát, s ezzel nehezítik az olvasást. Ezért használatukat igyekezzünk a minimumra szorítani. Különösen zavaró, ha a zárójeles megjegyzés maga is tartalmaz zárójelet. A közbeszúrások jobb szervezéssel, átfogalmazással általában elkerülhetőek.
- (h) A zárójelbe vagy gondolatjelek közé tett közbeszúrást tartalmazó mondatot úgy kell megfogalmazni, hogy a közbeszúrás elhagyása után is kerek mondatot kapjunk. Az ilyen mondat központozása szigorúan logikus: a közbeszúrást „lokálisan helyesen” központosozzuk, s ettől függetlenül helyesen központosozzuk a közbeszúrás elhagyásával

keletkező mondatot. Ha itt a közbeszúrás megelőző szó után írásjel kívánkozik, akkor azt a teljes mondatban mindig a közbeszúrás után tesszük ki.

- (i) Érdeemes bizonyos idő elteltével újraolvasni, amit írtunk. Ezzel az előző pontokban említett problémák többsége kiszűrhető, továbbá a mondatok hangzása, ritmusa is ellenőrizhető.
- (j) Igyekezzünk az állításokat egyszerűen és érthetően megfogalmazni. A tételeket, definíciókat úgy kell kimondani, hogy önmagukban érthetőek legyenek, tehát szövegük tartalmazzon minden feltételt. A tételek szövege lehetőleg rövid legyen; legjobb, ha a tétel egy mondat — ideális esetben egy rövid mondat.
- (k) A tételkimondást megelőző mondatnak nem része a tétel szövege; ennek a mondatnak le kell zárulnia a tétel előtt. Törekedjünk arra, hogy ez a mondat ne csak „helykitöltő” legyen, azaz hogy többen mondjon annál, mint hogy „Érvényes a következő tétel.”.
- (l) Új elnevezést, fogalmat csak akkor vezessünk be, ha az tényleg fontos. Ha új fogalmat vezetünk be, próbáljunk egyszerű, de találó elnevezést keresni rá. (Ez nem mindig könnyű, de megéri a fáradságot.) A betűszavak kerülendők.

3. A képlet is a mondat része

- (a) Képlettel ne kezdjünk mondatot.
- (b) A mondatokban két képlet ne kerüljön egymás mellé.
- (c) Folyó szövegben szavak helyett ne használjunk jeleket (pl. \Rightarrow , \forall).
- (d) Pozitív egész számok kétféle szerepben fordulhatnak elő matematikai szövegben: számnévként és a számok, mint matematikai objektumok nevéként. Az első esetben a kis számokat betűvel, a nagyokat számjegyekkel írjuk, a második esetben viszont minden számot számjeggyel kell írni.
Pl.: *két szám legnagyobb közös osztója; a 2 szám a legkisebb prím.*
- (e) Nem minden formula egyenlet; sőt, nem minden egyenlőség egyenlet! Minden képletet, amikor beszélünk róla, annak kell nevezni, ami: pl. egyenlet, egyenlőség, egyenlőtlenség, reláció, függvény, stb.
- (f) A kivetett képlet ugyanúgy a mondat része, mint más képlet. Nem szükséges előtte kettőspont, sem semmilyen más írásjel, hacsak a mondat maga nem kívánja ezt meg. Ha viszont kivetett képlettel ér véget a mondat, illetve a tagmondat, akkor a pontot, illetve a vesszőt ki kell utána tenni.
- (g) Sokan első olvasáskor csak „összbenyomást” akarnak kapni, a képleteket részletesen nem nézik meg. Ezért úgy célszerű fogalmazni, hogy a mondatok akkor is jó hangzásúak legyenek, ha a bonyolultabb képleteket „bla-bla” helyettesíti.
- (h) A képletet tartalmazó mondatokat úgy célszerű megszerkeszteni, hogy a képletek kiolvasási módja ne legyen kétséges akkor, amikor a képlethez érünk. Többek között legyen világos az, hogy milyen mondatrész szerepét tölti be a képlet; pl. teljes tagmondat-e, vagy pedig nem. Törekedni kell arra, hogy a hasonló képletek kiolvasási módja — legalább egy mondaton belül — legyen azonos.
Pl.: helytelen: *Minden $a \in A$ -ra $a \in B$.*
helyes: *Ha $a \in A$, akkor $a \in B$.*
- (i) Hosszú, nehezen áttekinthető képletet lehetőleg ne használjunk ragozott alakban. Rövid képlet toldalékos alakját úgy írjuk le, ahogy azt ki kell olvasni. Ha egy képlet

kiolvasására többféle lehetőség is van — s így a todalék függ a kiolvasástól —, akkor válasszuk ki az egyik lehetőséget, s következetesen csak azt használjuk.

Pl.: a^n [olvasd: a ad n], a^t -vel [a ad t -vel], a^m -et [a ad m -et], a^3 -bel [a köbbel];
 a^n [olvasd: a az n -ediken], a^t -nel [a a t -edikennel], a^m -t [a az m -edikent], a^3 -nal [a a harmadikkal].

4. A helyesírási és a nyelvhelyességi szabályok a matematikai szövegre is érvényesek

- (a) Képlet todalékos alakját úgy írjuk le, hogy a képlet a szótó helyén áll, s ehhez kötőjellel illesztjük hozzá a todalékot (a kiejtést segítő esetleges magánhangzóval együtt). Tehát csak a todalékot kell betűvel kiírni, azt viszont teljes egészében — akkor is, ha a todalék hasonul a szótóhoz.

Pl.: *ha f -et elosztjuk x -szel, illetve y -nal, akkor*

- (b) Ne használjunk képletet határozott névelővel.

Pl.: helytelen: *az f folytonos* (akkor is helytelen, ha ez a névelő azért került oda, hogy a mondat ne kezdődjön képlettel!);

helyes: *az f polinomfüggvény folytonos; az f fokszámára tett kikötés miatt*

- (c) Magyarban csínján kell bánni a határozatlan névelővel. Matematikában sokszor használunk határozatlan névelős szerkezetet „bármely” vagy „tetszőleges” értelemben. Ha lehet, ilyenkor fogalmazzuk át a mondatot úgy, hogy ne legyen benne határozatlan névelő. Az „egy tetszőleges . . .” fordulatot mindenképpen célszerű elkerülni.

- (d) A számozott tételek, állítások, definíciók, stb. „nevében” a „Tétel”, „Állítás”, „Definíció”, stb. szavakat nagybetűvel szokás írni. Ha azonban melléknevet képezünk a névből, akkor — mint a tulajdonnevek esetén is — kisbetűt használunk.

Pl.: *5. Tétel*, de: *az 5. tételbeli feltétel*.

- (e) Bármilyen szövegszerkesztőt használunk is, az összetett szavak elválasztását saját magunk kell, hogy ellenőrizzük.

- (f) Ritkán, de vannak olyan nyelvi helyzetek, amikor a nyelvtani szabályok — melyek elsősorban a köznyelv és az irodalmi nyelv figyelembevételével készültek — nem adnak kellő útbaigazítást, vagy pedig konfliktusban állnak a matematikai érthetőséggel, illetve precizitással. Véleményem szerint ilyenkor a matematika szempontjainak kell elsőbbséget adni. Néhány ilyen helyzet — a teljesség igénye nélkül — a következő:

— matematikában többes számot használunk időnként olyankor is, amikor „szabályosan” egyes számot kellene;

Pl.: *az A , B halmazok megszámlálhatóak, az összes valós együtthatós polinomok halmaza*

— az idegen szavak „szabályos” elválasztása, ami nem veszi figyelembe az idegen szó összetett voltát, időnként rendkívül zavaró;

Pl.: *interp-retáció* helyett jobb lenne *inter-pretáció*

— az a szabály, hogy minden tagmondatot vesszővel választunk el, időnként túl sok vesszőt eredményez.

Pl.: *Ha $a \mid b$, és $a \mid c$, akkor $a \mid b + c$, és $a \mid bc$. A három vessző közül elég lenne a középső.*

Meg lehet próbálni elkerülni ezeket a helyzeteket, de nem biztos, hogy érdemes.

5. A jelölések megválasztása és a képletírás szabályai

- (a) Csak akkor vezessünk be jelölést valamire, ha muszáj. A tételekben csak olyan jelölést használjunk, ami a tétel kimondásához ténylegesen elengedhetetlen. A bizonyításhoz szükséges jelölésekben a bizonyítás elején célszerű megállapodni.
- (b) Minden használt jelölést meg kell magyarázni (legkésőbb akkor, amikor először ténylegesen szükségünk van rá). A jelölések bevezetése a mondandó integráns része kell legyen, egyik se hangozzék úgy, mintha a szóban forgó jelölésről mindaddig elfeledtünk volna.
- (c) Az azonos dolgokat következetesen ugyanúgy kell jelölni; különböző dolgokra viszont ne használjuk ugyanazt a jelölést. Ez utóbbi tilalom csak a lényeges jelölésekre vonatkozik, s az is csak addig, amíg e jelölések „hatása” tart.
Pl.: ha az i betűt egyszer futó indexként használtuk, attól még nem tiltott, hogy teljesen más szituációban újra futó indexként használjuk; az viszont nem szerencsés, ha i -t olyankor használjuk futó indexként, amikor a közelben komplex számok is szerepelnek.
- (d) Érdemes előre megtervezni a jelöléseket, különösen hosszabb lélegzetű mű esetén. A jelöléseket úgy kell megválasztani — vagy az átírás során megváltoztatni — hogy harmonikusan illeszkedjenek egymáshoz.
Pl.: disszonánsak a következő képletek: $ax_1 + bx_2$, $\sum_{\sigma \in \Sigma} a_\sigma$.
- (e) Hasznosak a tipográfiai konvenciók, azaz az arra vonatkozó megállapodások, hogy az egyes objektumfajtákat milyen típusú, illetve az ábécé mely részébe eső betűvel kívánjuk jelölni. Zavaró, ha fogalmilag távol eső objektumok jelölése nagyon hasonló. A jól megválasztott jelölések viszont nagyban megkönnyítik az olvasást.
- (f) A tipográfiai konvenciók keretein belül is érdemes „rendet tartani” abban az értelemben, hogy hasonló helyzetekben ugyanazt a jelölést alkalmazzuk.
Pl.: ha több meg gondolást végzünk két tetszőleges polinommal, akkor célszerű következetesen a két polinomot pl. f -nek és g -nek nevezni, ahol f , ill. g fokszáma m , ill. n , s a futó index 0 és a fokszám között i , illetve j .
- (g) Matematikai képletekben a számok, a zárójelek, a műveleti és a relációjelek, a vesszők, stb. mindig állóak, s ugyancsak kötelező álló betűt [neve: antikva] használni a rövidítés útján kialakult, „szöveges” jelölésekre, mint pl. \lim , \max , mod , \cos , \sin , Az egyéb jelöléseket általában dőlt [kurzív] betűvel szedik, de speciális céllal más betűtípus is használható, pl. vastag [félkövér], írott, stb.
- (h) A matematikai képlet külalakja, a benne használt betűk típusa nem függ attól, hogy a környező szöveg milyen betűvel van szedve.
- (i) Kivetett képletet akkor használunk, ha
— a képletet fontossága miatt ki akarjuk emelni, vagy ha
— a képletre később hivatkozni akarunk, s ezért megszámozzuk, vagy pedig ha
— a képlet hosszúsága, magassága ezt megkívánja.
Feleslegesen ne számozzunk meg képleteket. Sőt, igyekezni kell úgy fogalmazni, hogy lényegtelen képletet egyáltalán ne kelljen megszámozni.
- (j) A kivetett képleteket vagy középre helyezve, vagy pedig fix bekezdéssel kezdve szokás szedni, de egy művön belül a két mód egyikét kell következetesen használni.

- (k) Amennyire lehet, kerüljük az indexes indexek használatát. Sok esetben azért lép fel indexes index, mert előtte indexes jelölést vezetünk be feleslegesen.
Pl.: ha egy n -elemű A halmaz részhalmazairól beszélünk, s A elemeire előre bevezetjük az a_1, \dots, a_n jelölést — amire nincsen szükség —, akkor a részhalmaz elemei óhatatlanul indexes indexet fognak viselni.
- (l) Ugyancsak célszerű elkerülni a kétsoros törteket — különösen kitevőben, illetve szövegek közötti képletekben —, s helyette a /-jeles jelölést használni. Kivétel ez alól az az eset, ha iskolai tankönyvről van szó, vagy pedig ha a /-jeles alakra való áttéréssel a képlet áttekinthetetlenné válik.
- (m) A ... (pontosan három darab pont!) a képletekben a ki nem írt tagok jelzésére szolgál; előtte és utána is kötelező kiírni a tagokat elválasztó, illetve összekapcsoló jelet.
Pl.: $a_1, \dots, a_n, \quad s \leq s^2 \leq \dots \leq s^k, \quad 1 + 2 + \dots + n.$
- (n) A magyar helyesírási szabályzat szerint kétféle kötőjel van: a „-” kötőjel és a gondolatjellel azonos hosszúságú „—” nagykötőjel. (A \TeX -ben a nagykötőjel rövidebb, mint a gondolatjel: „-”.) Mindezeketől különbözik a mínusz jel: $-$.
- (o) Vitatható az a gyakorlat, hogy a több egymásba skatulyázott zárójelet tartalmazó formulákban a kerek zárójelek helyett — belülről kifelé haladva — egy idő után szögletes zárójelet, majd kapcsos zárójelet használnak. A zárójelek méretének helyes megválasztásával a formula áttekinthetősége legalább olyan jól biztosítható, mint a zárójelek váltogatásával.
- (p) Szövegbe ékelt formulánál előfordulhat, hogy rossz helyre esik a sortörés, kivetett képletnél pedig, hogy rossz helyre esik a laptörés. Arra, hogy hol „rossz”, s hol elfogadható a törés, nehéz szabályt felállítani, néhány szempontot azért lehet mondani:
— úgy nem célszerű sort törni, hogy a képletből egy-két karakternyi rész kerül csak külön sorba;
— úgy nem célszerű lapot törni, hogy egy többsoros kivetett képletből egyetlen sor kerül csak külön lapra;
— ott lehet sort/lapot törni, ahol a képletben belül egy gondolati egység határa van. Sokszor csak úgy lehet megakadályozni a rossz törést, ha átfogalmazzuk a mondatot vagy beszúrunk új szövegrészt.
- (q) Elég általánosan elfogadott, hogy ha $=$ jelnél vagy más relációjelnél történik a sortörés, akkor szövegek közötti képletnél az a jobb, ha az $=$ jel a sor végén marad, kivetett képletnél viszont az, ha az $=$ jel átkerül az új sorba. Magyar sajátosság (az angol nyelvű irodalomban nem használatos) az a megoldás, hogy többsoros kivetett képletnél az $=$ jel a sor végén és a következő sor elején is megjelenik.

6. Nincs olyan írásmű, melyet ne lehetne tovább csiszolni; egyszer azonban abba kell hagyni!