

ALGEBRA ÉS SZÁMELMÉLET 3

gyakorló feladatok a *Relációk* témakörhöz

2020 őszi félév, OT

1. feladat. Írja fel az $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmazon az alábbi ρ relációhoz tartozó osztályozást:

$$\rho = \{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (4, 4), (5, 2), (5, 5)\}.$$

2. feladat. Írja fel az $A = \{u, v, w, z\}$ halmazon a $\mathcal{C} = \{\{u, w\}, \{v, z\}\}$ osztályozáshoz tartozó ekvivalenciarelációt (vagyis azt a ρ ekvivalenciarelációt, amelyre $A/\rho = \mathcal{C}$).

3. feladat. Legyen ρ az $A = \{u, v, w, z\}$ halmazon a $\mathcal{C} = \{\{u, w\}, \{v, z\}\}$ osztályozáshoz tartozó ekvivalenciareláció (vagyis $A/\rho = \mathcal{C}$). Melyek igazak az alábbi állítások közül?

- (a) $(u, v) \in \rho$
- (b) $(u, w) \in \rho$
- (c) $\{u, v\} \in \rho$
- (d) $\{u, w\} \in \rho$
- (e) $(u, v) \in \mathcal{C}$
- (f) $(u, w) \in \mathcal{C}$
- (g) $\{u, v\} \in \mathcal{C}$
- (h) $\{u, w\} \in \mathcal{C}$
- (i) $\{u, w\} \subseteq \mathcal{C}$

4. feladat. Határozza meg a $\mathbb{Z}_8/\ker f$ osztályozást, ahol $f: \mathbb{Z}_8 \rightarrow \mathbb{Z}_8, x \mapsto x^2$.

5. feladat. Határozza meg az $A/\ker f$ osztályozást, ahol $A = \{-2, \dots, 3\}$ és $f: A \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto |x|$. Írja fel az osztályozást akkor is, ha az abszolútérték-függvényt az egész számok halmazán értelmezzük.

6. feladat. Határozza meg az $A/\ker f$ osztályozást, ahol $A = \{-2, \dots, 3\}$ és $f: A \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto \operatorname{sgn} x$. Írja fel az osztályozást akkor is, ha a sgn függvényt a valós számok halmazán értelmezzük.

7. feladat. Rajzolja fel a $(D_{100}; |)$ részbenrendezett halmaz Hasse-diagramját.

8. feladat. Rajzolja fel a $(D_{30}; |)$ részbenrendezett halmaz Hasse-diagramját.

9. feladat. Rajzolja fel a $(\mathcal{P}(\{a, b, c\}); \subseteq)$ részbenrendezett halmaz Hasse-diagramját.

10. feladat. Rajzoljon fel néhány (minél több) 4-pontú Hasse-diagramot és mindegyiknél határozza meg a legkisebb, legnagyobb, minimális, maximális elemeket.