

TÉTELSOR
ABSZTRAKT ALGEBRA, LEVELEZŐ TAGOZAT
2013 tavaszi félév

1. **Algebrai struktúrák, részalgebra, generálás**
Művelet, algebrai struktúra, zárt részhalmoz, részalgebra, generálás, részalgebrahááló, részcsoporthok, részgyűrűk, résztestek.
2. **Kongruencia, faktoralgebra**
Kongruenciareláció, kompatibilis osztályozás, faktoralgebra, csoportok és gyűrűk kongruenciáinak leírása, faktorcsoporthok, faktorgyűrű.
3. **Homomorfizmus, homomorfiatétel**
Homomorfizmus, izomorfizmus és izomorfia, homomorfiatétel általános algebraikra, csoportokra és gyűrűkre.
4. **Csoport fogalma és alapvető tulajdonságai**
A csoport három ekvivalens definíciója, részcsoporthok, homomorfizmus, kongruencia a három definíció tükrében, általános asszociativitás, hatványozás.
5. **Nevezetes csoportok**
A legfontosabb példák csoportokra, különös tekintettel a diédercsoportokra (elemek leírása, számolási szabályok) és a permutációcsoportokra (ciklusfelbontás, transzpozíciók szorzataként való előállítás).
6. **Elem rendje csoportban, ciklikus csoportok**
A rend fogalma, a ciklikus csoportok leírása, ciklikus csoport részcsoporthjai és faktorcsoporthjai.
7. **Mellékosztályok, Lagrange tétele**
Komplexusok, részcsoporthok szerinti mellékosztályozás, index, Lagrange tétele és következményei.
8. **Normálosztó, konjugálttság**
A konjugálttsági reláció, konjugálttság a szimmetrikus csoportokban, a normálosztó ekvivalens jellemzései, normálosztó szerinti faktorcsoporthok, normálosztóhááló.
9. **Homomorfiatétel, izomorfiatételek**
Csoportelméleti és gyűrűelméleti homomorfiatétel, izomorfiatételek és megfeleltetési tétel. Bizonyítani csak a csoportelméleti homomorfiatételt és az első izomorfiatételt kell.
10. **Permutációcsoportok**
Cayley-reprezentáció, permutációparitás, alternáló csoportok, generálás hármass ciklusokkal, a szimmetrikus csoport normálosztói (az alternáló csoportok egyszerűségét bizonyítás nélkül fel lehet használni).
11. **Direkt szorzat**
Csoportok és gyűrűk külső és belső direkt szorzata, a két fogalom kapcsolata, a belső direkt szorzat ekvivalens jellemzései. Bizonyítani csak csoportokra kell, ott is csak két tényezőre.
12. **Ciklikus csoportok direkt szorzatai**
Ciklikus csoportok direkt szorzata mikor ciklikus, a ciklikus csoportok, a maradékosztálygyűrűk, valamint a redukált maradékosztályok csoportjának direkt felbontása, véges Abel-csoportok alaptétele (utóbbi bizonyítás nélkül).
13. **Gyűrű fogalma és alapvető tulajdonságai**
A gyűrű, integritástartomány, test fogalma, speciális gyűrűelemek, általános disztributivitás, nevezetes példák, ideál, főideál, annullátor.
14. **Egyszerű gyűrűk**
A kommutatív egyszerű gyűrűk leírása, a mátrixgyűrűk egyszerűsége.
15. **Faktortestek**
Faktortestek és maximális ideálok kapcsolata, főideálgyűrű faktortestei, polinomgyűrű faktortestei, mint testbővítés, véges testek, a komplex számtest konstrukciója.
16. **Hányadostest**
Integritástartomány hányadostestének konstrukciója és tulajdonságai.
17. **Karakterisztika, prímtest**
Gyűrűelem additív rendje, karakterisztika, integritástartomány karakterisztikája, a prímtest fogalma, a prímtestek leírása.
18. **Egyszerű testbővítések**
Transzcendens és algebrai elem fogalma, minimálpolinom, az egyszerű algebrai és az egyszerű transzcendens bővítés egzisztenciája és unicitása.
19. **Végesfokú és algebrai testbővítések**
Testbővítés foka, fokszám-tétel, végesfokú és algebrai bővítés, ezek kapcsolata, az algebrai számok teste, gyökmenyiségek.