

2015.01.27.

Matematika I.

NÉV:.....

A csoport

EHA:.....

FELADATOK:

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \frac{n^2 + 4}{3 - 2n}$ sorozatot. 10pt
2. Határozzuk meg az $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ függvény szélsőértékeit a $[0, 1]$ halmazon. 5pt
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$ függvényt. 15pt
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: 35pt

$$(i) \int_0^1 \frac{3}{2z^2 + 3z + 1} dz, \quad (ii) \int_e^\infty \frac{1}{u \ln^2 u} du, \quad (iii) \int_0^1 \frac{v^2 + v - 2\sqrt{v}}{\sqrt{v}} dv.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

- (i) A -1 szám felső korlátja az (a_n) sorozatnak. 5pt
- (ii) A 2 szám torlódási pontja az (a_n) sorozatnak. 5pt
- (iii) f folytonos a $[-2, 3)$ -on. 5pt
- (iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$. 5pt
- (v) Az $[a, b]$ egy beosztása, a beosztás finomsága. 5pt

FELADATOK:

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 5$, $a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}$ ($n > 1$) rekurzív sorozatot. 10pt

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: 10pt

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{3 \cdot 2^n + 2 \cdot 3^{n+1}}, \quad (ii) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-3}{2n+1} \right)^{1-2n}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \sqrt[3]{x} \ln x$ függvényt. 15pt

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: 30pt

$$(i) \int_0^{\pi/2} (t+1) \cos t \, dt, \quad (ii) \int_4^{\infty} \frac{z-2}{\sqrt{z^2-4z+3}} \, dz, \quad (iii) \int_1^2 \frac{2y^2+y}{1-2y} \, dy.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$. 5pt

(ii) Az $f(x)$ függvény folytonos a 2 pontban. 5pt

(iii) $f(x)$ lineárisan approximálható a -ban. 5pt

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. 5pt

(v) Az E számhalmaz felsőhatár-tulajdonságú. 5pt