

FELADATOK:

1. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - n + 1}{3 - n + 2n^2} = \infty$. 10pt

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: 10pt

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{3} - 1}{1 - \sqrt[n]{9}}, \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \frac{x}{e^x(1-x)}$ függvényt. 15pt

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: 30pt

$$(i) \int_2^3 \frac{u^3 + u + 1}{u^2 - 1} du, \quad (ii) \int_0^\infty v e^{1-v^2} dv.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat határértéke 3. 5pt

(ii) Az $f(x)$ szigorúan monoton csökken a $[0, 2]$ -on. 5pt

(iii) Az $f(x)$ függvénynek inflexió pontja van az $x = -2$ helyen. 5pt

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \infty$. 5pt

(v) Az integrálható $f(x)$ függvény integrálközepe a $[c, d]$ -on. 5pt