1. dolgozatban kérdezhető elmélet

1.1 Tétel: (DeMorgan-azonosságok) Legyen $A_1, A_2, \dots$ azonos eseménytéren definiált eseményeknek véges vagy végtelen sorozata. Ekkor

$$\overline{A_1 \cup A_2 \cup \dots} = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \qquad \text{és} \qquad \overline{A_1 \cap A_2 \cap \dots} = \overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \dots .$$

1.2 Tétel: (A valószínűség fontosabb tulajdonságai) Legyenek $A, B, A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A}$ tetszőleges események, ekkor

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- Lehetetlen esemény valószínűsége: $P(\emptyset) = 0$.
- Ha $B \subseteq A$, akkor $P(A \setminus B) = P(A) - P(B)$.
- Monotonitás: Ha $B \subseteq A$, akkor $P(B) \leq P(A)$.
- Komplementer esemény valószínűsége: $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$.
- Véges additivitás: Páronként kizáró $A_1, \dots, A_n$ események esetén $P(A_1 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + \dots + P(A_n)$.
- Szubadditivitás: Tetszőleges $A_1, \dots, A_n$ események esetén $P(A_1 \cup \dots \cup A_n) \leq P(A_1) + \dots + P(A_n)$.

1.3 Definíció: Az $A_1, A_2, \dots$ események (véges vagy megszámlálhatóan végtelen sok) **teljes eseményrendszert** alkotnak, ha egymást páronként kizárják, azaz $A_i \cap A_j = \emptyset$ minden $i \neq j$ esetén, és $A_1 \cup A_2 \cup \dots = \Omega$.

1.4 Tétel: Ha az $A_1, A_2, \dots$ események **teljes eseményrendszert** alkotnak, akkor

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots = 1.$$

1.5 Tétel: (Poincaré- vagy szita-formula)

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} P(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}) =$$

$$= P(A_1) + \dots + P(A_n) - P(A_1 \cap A_2) - P(A_1 \cap A_3) - \dots - P(A_{n-1} \cap A_n) +$$
$$+ P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + \dots + P(A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n) - \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap \dots \cap A_n)$$

1.6 Definíció: Azt mondjuk, hogy egy kísérletet leíró $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ mező **klasszikus valószínűségi mező**, ha

- a kísérletnek véges sok kimenetele van,
- minden ω elemi esemény egyben esemény is,
- minden elemi eseménynek ugyanakkora a valószínűsége.

1.7 Tétel: Klasszikus valószínűségi mező esetén bármely A esemény valószínűsége meghatározható a

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{kedvező esetek száma}}{\text{összes eset száma}}$$

formula segítségével.

1.8 Tétel: Egy n elemű halmaz **permutációinak** nevezzük a halmaz elemeinek sorbarendezéseit (a halmaz minden eleme különböző). Egy n elemű halmaz permutációinak száma: $n!$.

1.9 Tétel: Ismétléses variáció: egy n elemű halmazból sorban választunk elemeket k-szor. Egy elemet többször is választhatunk, és számít a kiválasztott elemek sorrendje. Az ismétléses variációk száma: n^k.

1.10 Tétel: Ismétlés nélküli kombináció: egy n elemű halmazból egyszerre kiválasztunk k elemet. Egy elemet legfeljebb egyszer választhatunk, és a kiválasztott elemek sorrendje nem számít. Az ismétlés nélküli kombinációk száma: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

1.11 Definíció: Azt mondjuk, hogy egy $(\Omega; \mathcal{A}; P)$ valószínűségi mező **geometriai valószínűségi mező**, ha rendelkezik az alábbi tulajdonságokkal:

- Az eseménytér az $\mathbb{R}^d$ d-dimenziós tér mérhető részhalmaza valamilyen d pozitív egész értékre, és mértéke $0 < \mu(\Omega) < \infty$.
- Egyenletességi hipotézis: Az események valószínűsége egyenesen arányos az események mértékével, azaz annak a valószínűsége, hogy a kísérlet kimentele az $A \subset \Omega$ tartományba esik, csak a tartomány mértékétől függ, az elhelyezkedésétől nem.

1.12 Tétel: Geometriai valószínűségi mező esetén az A esemény valószínűsége:

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{\text{kedvező hosszúság/terület/térfogat}}{\text{összes hosszúság/terület/térfogat}}$$

1.13 Definíció: Legyenek A és B események, és tegyük fel, hogy $P(B) > 0$. Ekkor az A eseménynek a B eseményre vett **feltételes valószínűsége**

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

1.14 Tétel: (A feltételes valószínűség fontosabb tulajdonságai) Legyenek $A, A_1, A_2, \dots$ tetszőleges események, és B olyan esemény, amire $P(B) > 0$. Ekkor

- $0 \leq P(A|B) \leq 1$,
- $P(\Omega|B) = 1$
- Ha $A_1, A_2, \dots$ páronként kizáró események, akkor $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots |B) = P(A_1|B) + P(A_2|B) + \dots$
- $P(B|B) = 1$

1.15 Tétel: (Bayes-formula) Ha $P(A) > 0$ és $P(B) > 0$, akkor

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)}.$$

1.16 Tétel: (Teljes valószínűség tétele) Legyen $B_1, \dots, B_n$ teljes eseményrendszer, amire $P(B_i) > 0$ minden i esetén. Ekkor tetszőleges A esemény esetén

$$P(A) = P(A|B_1)P(B_1) + \dots + P(A|B_n)P(B_n).$$

1.17 Tétel: (Bayes-tétel) Legyen $B_1, \dots, B_n$ teljes eseményrendszer, amire $P(B_i) > 0$ minden i esetén. Ha A olyan esemény, amire $P(A) > 0$, akkor

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j) \cdot P(B_j)}{P(A|B_1)P(B_1) + \dots + P(A|B_n)P(B_n)}$$

1.18 Definíció: Az A és B események **függetlenek**, ha $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

1.19 Tétel: Az $\emptyset$ és Ω események minden eseménytől függetlenek.

1.20 Definíció: Az $A_1, \dots, A_n$ események **páronként függetlenek**, ha minden $i \neq j$ esetén A_i és A_j független.
Az $A_1, \dots, A_n$ események **teljesen függetlenek**, ha minden $1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n$ esetén

$$P(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1}) \dots P(A_{i_k}).$$

2. dolgozatban kérdezhető elmélet

2.1 Definíció: Egy ξ **valószínűségi változó** egy olyan $\xi : \Omega \to \mathbb{R}$ leképezés, melyre $A_x = \{\omega \in \Omega | \xi(\omega) < x\}$ esemény minden $x \in \mathbb{R}$ esetén.

2.2 Definíció: A ξ valószínűségi változó **eloszlásfüggvénye**: $F_\xi : \mathbb{R} \to [0,1]$, amire

$$F_\xi(x) = P(\xi < x) \text{ minden } x \in \mathbb{R} \text{ esetén.}$$

2.3 Tétel: Tetszőleges ξ valószínűségi változó és $a < b$ valós számok esetén teljesülnek az alábbiak:

- $P(\xi \geq a) = 1 - F_\xi(a)$
- $P(a \leq \xi < b) = F_\xi(b) - F_\xi(a)$
- $P(\xi = a) = \lim_{x \downarrow a} F_\xi(x) - F_\xi(a)$

2.4 Tétel: (Eloszlásfüggvények karakterizációja) Egy $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény pontosan akkor eloszlásfüggvény, ha teljesíti a következő tulajdonságokat:

- F monoton növekvő, tehát tetszőleges $x < y$ esetén $F(x) \leq F(y)$.
- A függvény mindenhol balról folytonos, tehát bármely $y \in \mathbb{R}$ esetén $\lim_{x \uparrow y} F(x) = F(y)$.
- A függvény határértékei a végtelenben: $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$ és $\lim_{x \to \infty} F(x) = 1$.

2.5 Definíció: A ξ valószínűségi változó **diszkrét eloszlású**, ha értékei véges vagy végtelen sorozatba rendezhetők.

2.6 Tétel: Legyen ξ diszkrét valószínűségi változó, azaz az értékkészlete legyen $R_\xi = \{x_1, x_2, \dots\}$. A ξ diszkrét valószínűségi változó **eloszlása**: $p_{x_i} = P(\xi = x_i)$. Ekkor minden $x_i \in R_\xi$ esetén $p_{x_i} \geq 0$ és $\sum_i p_{x_i} = 1$.

2.7 Definíció: A ξ valószínűségi változó **folytonos eloszlású**, ha az $F(x)$ eloszlásfüggvény abszolút folytonos, azaz létezik olyan f függvény, amire

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt, -\infty < x < \infty.$$

Az f függvényt a ξ valószínűségi változó **sűrűségfüggvényének** nevezzük.

2.8 Tétel: Folytonos valószínűségi változók esetén a sűrűségfüggvény és a valószínűség legfontosabb tulajdonságai:

- $F'_\xi = f_\xi$
- $P(\xi = a) = 0$
- $P(a \leq \xi < b) = F_\xi(b) - F_\xi(a) = \int_a^b f_\xi(t)\mathrm{d}t$

2.9 Tétel: (Sűrűségfüggvények karakterizációja) Egy $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény pontosan akkor sűrűségfüggvény, ha

- nemnegatív: $f(x) \geq 0$ minden $x \in \mathbb{R}$ esetén, és
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1$.

2.10 Definíció: A ξ diszkrét valószínűségi változó **várható értéke**:

$$E(\xi) = \sum_{x_i \in R_\xi} x_i p_{x_i},$$

feltéve, hogy ez a sor abszolút konvergens, azaz $\sum |x_i| p_{x_i} < \infty$.
Ha ξ folytonos valószínűségi változó f sűrűségfüggvénnyel, akkor a **várható értéke**:

$$E(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_\xi(x)dx,$$

feltéve, hogy $\int_{-\infty}^{\infty} |x| f_\xi(x)dx < \infty$.

2.11 Tétel: (Valószínűségi változó függvényének várható értéke) Legyen $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény. Ha ξ diszkrét valószínűségi változó, akkor

$$E(g(\xi)) = \sum_{x_i \in R_\xi} g(x_i) p_{x_i},$$

feltéve, hogy $\sum_{x_i \in R_\xi} |g(x_i)| p_{x_i} < \infty$. Speciálisan $E(\xi^2) = \sum_{x_i \in R_\xi} x_i^2 p_{x_i}$.
Ha ξ folytonos valószínűségi változó, akkor

$$E(g(\xi)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_\xi(x) dx,$$

feltéve, hogy $\int_{-\infty}^{\infty} |g(x)| f_\xi(x) dx < \infty$. Speciálisan $E(\xi^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_\xi(x) dx$.

2.12 Tétel: (Kolmogorov-féle nagy számok erős törvénye) Legyenek $\xi_1, \xi_2, \dots$ teljesen független, azonos eloszlású valószínűségi változók, amiknek létezik a várható értékük. Jelölje $S_n := \xi_1 + \dots + \xi_n$. Ekkor $n \to \infty$ esetén

$$\frac{S_n}{n} \to E(\xi_1) \qquad 1 \text{ valószínűséggel.}$$

2.13 Tétel: (Nagy számok Borel-féle erős törvénye) Végezzünk független megfigyeléseket egy A eseményre. Legyen K_n az A bekövetkezéseinek száma az első n megfigyelésből. Ekkor $n \to \infty$ esetén

$$\frac{K_n}{n} \to P(A) \qquad 1 \text{ valószínűséggel,}$$

azaz egy esemény bekövetkezésének relatív gyakorisága tart az esemény valószínűségéhez.

2.14 Definíció: A $\xi_1, \dots, \xi_n$ valószínűségi változók teljesen függetlenek, ha tetszőleges $x_1, \dots, x_n$ valós számokra

$$P(\xi_1 < x_1 \dots, \xi_n < x_n) = P(\xi_1 < x_1) \cdots P(\xi_n < x_n).$$

2.15 Tétel: (A várható érték tulajdonságai) Tegyük fel, hogy a $\xi, \xi_1, \xi_2, \dots$ valószínűségi változóknak létezik várható értékük, és legyenek a, b valós számok. Ekkor

- **konstans várható értéke:** Ha valamilyen a számra $P(\xi = a) = 1$, akkor $E(\xi) = a$.
- **monotonitás:** Ha $P(\xi_1 \leq \xi_2) = 1$, akkor $E(\xi_1) \leq E(\xi_2)$.
- **korlátos változó várható értéke:** Ha $P(a \leq \xi \leq b) = 1$, akkor $a \leq E(\xi) \leq b$.
- **linearitás:** $a\xi_1 + b\xi_2$-nek létezik várható értéke és $E(a\xi + b\mu) = aE(\xi) + bE(\mu)$.
- Ha a $\xi_1, \dots, \xi_n$ valószínűségi változók teljesen függetlenek, akkor $\xi_1 \cdots \xi_n$-nek létezik várható értéke és $E(\xi_1 \cdots \xi_n) = E(\xi_1) \cdots E(\xi_n)$.

2.16 Definíció: Ha a ξ^2 valószínűségi változónak létezik várható értéke, akkor ξ-nek létezik **varianciája (szórásnégyzete)**:

$$Var(\xi) = D^2(\xi) = E((\xi - E(\xi))^2),$$

és szórása: $D(\xi) = \sqrt{Var(\xi)} = \sqrt{D^2(\xi)}$.
A szórás azt fejezi ki, hogy a valószínűségi változó átlagosan mennyire tér el a várható értékétől.

2.17 Tétel: Ha a ξ valószínűségi változónak létezik varianciája, akkor kiszámolható az alábbi képlettel is:

$$Var(\xi) = D^2(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2.$$

2.18 Tétel: Legyenek ξ és η olyan valószínűségi változók, aminek létezik szórása. Ekkor

- $D(\xi) \geq 0$. $D(\xi) = 0$ pontosan akkor, ha ξ konstans, azaz valamilyen a számra $P(\xi = a) = 1$.
- Tetszőleges a, b valós számok esetén $D(a\xi + b) = |a| D(\xi)$.
- Ha ξ és η függetlenek, akkor $Var(\xi + \eta) = Var(\xi) + Var(\eta)$.

3. dolgozatban kérdezhető elmélet

3.1 Definíció: Azt mondjuk, hogy a ξ valószínűségi változó **normális eloszlást** követ μ és σ^2 paraméterrel, ahol $\mu \in \mathbb{R}$ és $\sigma > 0$ (jelölése: $N(\mu, \sigma^2)$), ha folytonos eloszlású, és a sűrűségfüggvénye

$$f_\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Az eloszlás várható értéke: $E(\xi) = \mu$, varianciája (szórásnégyzete): $D^2(\xi) = \sigma^2$.
A 0 várható értékű, 1 varianciájú normális eloszlást **standard normális eloszlásnak** nevezzük. A standard normális eloszlás sűrűségfüggvénye:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Az eloszlásfüggvénye:

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(t)dt, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

A Φ függvény értékét táblázatból olvashatjuk ki. A normális eloszlással kapcsolatos valószínűségek kiszámításához az alábbi tétel nyújt segítséget:

3.2 Tétel: A standard normális eloszlás eloszlásfüggvényére igaz az alábbi összefüggés:
$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$.
Legyen ξ olyan valószínűségi változó, melynek létezik és nem 0 a szórása. A ξ valószínűségi változó standardizáltja: $\eta = \frac{\xi - E(\xi)}{D(\xi)}$. Az η standardizált változó várható értéke 0, szórása 1.
Ha ξ normális eloszlású, akkor a standardizáltja **standard normális** eloszlású.

3.3 Tétel: (Moivre-Laplace-tétel) Legyen ξ binomiális eloszlású változó rögzített p paraméterrel, továbbá legyenek $a < b$ tetszőleges valós értékek. Ekkor, ha az n paraméter megy a végtelenbe, akkor

$$P\left(a \le \frac{\xi - E(\xi)}{D(\xi)} < b\right) = P\left(a \le \frac{\xi - np}{\sqrt{np(1-p)}} < b\right) \to \Phi(b) - \Phi(a).$$

Azaz nagy n paraméter esetén a binomiális eloszlás standardizáltja közelíthető standard normális eloszlással.

3.4 Tétel: (Centrális határeloszlás-tétel (CHT)) Legyenek $\xi_1, \xi_2, \ldots$ független és azonos eloszlású valószínűségi változók véges szórással. Ekkor tetszőleges $a < b$ valós számok esetén

$$P\left(a \le \frac{\xi_1 + \cdots + \xi_n - nE(\xi_1)}{\sqrt{n}D(\xi_1)} < b\right) \to \Phi(b) - \Phi(a), \text{ ha } n \to \infty.$$

Azaz nagy elemszám esetén véges szórású, független, azonos eloszlású valószínűségi változók összegének standardizáltja közelíthető standard normális eloszlással.

3.5 Definíció: Legyenek $\xi_1, \ldots, \xi_n$ a ξ valószínűségi változó független megfigyelései. Ekkor $\xi_1, \ldots, \xi_n$-et n elemű **statisztikai mintának** nevezzük.

3.6 Definíció: Legyen $\xi_1, \ldots, \xi_n$ valamilyen ismeretlen eloszlású valószínűségi változó n-szeri megfigyeléséből kapott minta. Az eloszlás valamilyen θ paraméterének az n elemű minta alapján számolt $\hat{\theta}_n$ becslését **pontbecslésnek** nevezzük.

3.7 Definíció: Legyen θ egy ismeretlen paramétere az eloszlásfüggvénynek. Legyen $\hat{\theta}_n$ a paraméter becslése n elemű mintából.
Azt mondjuk, hogy $\hat{\theta}_n$ **torzítatlan becslés**, ha $E(\hat{\theta}_n) = \theta$ minden $n \ge 1$ esetén.
Azt mondjuk, hogy $\hat{\theta}_n$ **erősen konzisztens becslés**, ha $\hat{\theta}_n \to \theta$ 1 valószínűséggel, azaz

$$P(\hat{\theta}_n \to \theta) = 1$$

3.8 Tétel: Egy esemény valószínűségének becslése a **relatív gyakoriság**: $\hat{P}_n(A) = \frac{K_n(A)}{n}$, ahol $K_n(A)$ az A esemény gyakorisága (bekövetkezéseinek száma) az n elemű mintában.
A relatív gyakoriság torzítatlan és erősen konzisztens becslése egy esemény valószínűségének.

3.9 Tétel: A várható értéket az **empirikus várható értékkel** becsüljük: $E_n(\xi) = \frac{\xi_1+\cdots+\xi_n}{n}$.
Az $E_n(\xi)$ torzítatlan becslése $E(\xi)$-nek, és a nagy számok erős törvénye miatt 1 valószínűséggel $E_n(\xi) \to E(\xi)$, tehát $E_n(\xi)$ erősen konzisztens becslése $E(\xi)$-nek.

3.10 Tétel: A variancia (szórásnégyzet) egyik lehetséges becslése az **empirikus variancia**:

$$V_n(\xi) = \frac{(\xi_1 - E_n(\xi))^2 + \cdots + (\xi_n - E_n(\xi))^2}{n} = \frac{\xi_1^2 + \cdots + \xi_n^2}{n} - \big(E_n(\xi)\big)^2.$$

A szórás egyik becslése az **empirikus szórás**: $D_n(\xi) = \sqrt{V_n(\xi)}$.
Becsülhetjük továbbá a **korrigált empirikus varianciával (szórásnégyzettel)**: $V_n^*(\xi) = \frac{n}{n-1}V_n(\xi)$, illetve a **korrigált empirikus szórással**: $D_n^*(\xi) = \sqrt{V_n^*(\xi)}$. Ezekre a becslésekre teljesülnek az alábbiak:
A $V_n(\xi)$ és a $V_n^*(\xi)$ erősen konzisztens becslései a varianciának, de csak a $V_n^*(\xi)$ becslés torzítatlan.
A $D_n(\xi)$ és a $D_n^*(\xi)$ erősen konzisztens becslései a szórásnak, de nem torzítatlanok.

3.11 Definíció: Empirikus kovariancia:

$$C_n(\xi,\eta) = \frac{(\xi_1 - E_n(\xi))(\eta_1 - E_n(\eta)) + \cdots + (\xi_n - E_n(\xi))(\eta_n - E_n(\eta))}{n}.$$

Empirikus korreláció:

$$r_n(\xi,\eta) = \frac{C_n(\xi,\eta)}{D_n(\xi)D_n(\eta)}$$

3.12 Definíció: Egy valószínűségi változó eloszlásfüggvényének becslése az **empirikus eloszlásfüggvény**:

$$F_n(x) = \frac{k_{x,n}}{n},$$

ahol $k_{x,n}$ az x-nél kisebb mintaelemek száma.

3.13 Tétel: (A matematikai statisztika alaptétele) 1 valószínűséggel

$$\sup_{x\in\mathbb{R}} |F_n(x) - F(x)| \to 0, \text{ ha } n \to \infty,$$

azaz az empirikus eloszlásfüggvény egyenletesen tart a valódi eloszlásfüggvényhez. Ezért mondhatjuk, hogy F_n jó becslése F-nek.

Maximum-likelihood becslés:

Legyen ξ valószínűségi változó valamilyen paraméteres eloszláscsaládból, melynek paramétere $\theta \in \Theta$. Legyen $\xi_1,\ldots,\xi_n$ statisztikai minta, amit ξ n-szeri független megfigyelésével kapunk. Olyan becslést szeretnénk adni θ-ra, amely mellett a megfigyelt minta értékei a legvalószínűbbek. Ehhez diszkrét esetben az eloszlást, folytonos esetben a sűrűségfüggvényt vizsgáljuk. A **likelihood-függvény**:

$$L(\theta) := \begin{cases} P_\theta(\xi=\xi_1)\cdot\cdots\cdot P_\theta(\xi=\xi_n) & \text{diszkrét esetben, illetve} \\ f_\theta(\xi_1)\cdot\cdots\cdot f_\theta(\xi_n) & \text{folytonos esetben.} \end{cases}$$

A **log-likelihood-függvény** a likelihood-függvény logaritmusa: $l(\theta) = \ln L(\theta)$. A paraméter **maximum-likelihood becslése** a likelihood-, illetve a log-likelihood-függvény maximumhelye, azaz az a $\hat{\theta}$, amelyre $L(\hat{\theta}) = \max L(\theta)$.

3.14 Definíció: Legyenek S_n és T_n az n elemű mintából számolt olyan statisztikák, amelyekre teljesül, hogy $S_n \le T_n$. Az $[S_n, T_n]$ intervallum egy $1-\alpha$ megbízhatósági szintű **konfidencia intervallum** a θ paraméterre, ha $P(S_n \le \theta \le T_n) = 1-\alpha$.

3.15 Tétel: Legyen $\xi_1,\ldots,\xi_n$ egy normális ($N(\mu,\sigma^2)$) eloszlásból származó minta. Ismert szórás esetén $1-\alpha$ megbízhatóságú **konfidencia-intervallum a várható értékre**:

$$\left(E_n(\xi) - x_\alpha\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, E_n(\xi) + x_\alpha\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

ahol $x_\alpha = \Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$.

Ismeretlen szórás esetén $1-\alpha$ megbízhatóságú **konfidencia-intervallum a várható értékre**:

$$\left(E_n(\xi) - x_\alpha\sqrt{\frac{V_n^*(\xi)}{n}}, E_n(\xi) + x_\alpha\sqrt{\frac{V_n^*(\xi)}{n}}\right),$$

ahol $x_\alpha = \Phi_{n-1}^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$.
Ismeretlen várható érték esetén $1-\alpha$ megbízhatóságú **konfidencia-intervallum a szórásra**:

$$\left(\sqrt{\frac{nV_n(\xi)}{b}}, \sqrt{\frac{nV_n(\xi)}{a}}\right),$$

ahol $a = F_{\chi^2,n-1}^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ és $b = F_{\chi^2,n-1}^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$.

Hipotézisvizsgálat menete:
1.) A minta alapján kiszámoljuk a megfelelő s_n próbastatisztika értékét.
2.) meghatározzuk a c_α kritikus értéket.
3.) pontosan akkor fogadjuk el a nullhipotézist, ha $|s_n| \leq c_\alpha$.

3.16 Definíció: Hipotézisvizsgálat esetén **elsőfajú hibát** vétünk, ha elvetjük a nullhipotézist, pedig az teljesül. Az elsőfajú hiba valószínűségét α-val jelöljük.
Hipotézisvizsgálat esetén **másodfajú hibát** vétünk, ha elfogadjuk a nullhipotézist, pedig az nem teljesül. A másodfajú hiba valószínűségét β-val jelöljük.
A próba **ereje** $1-\beta$, azaz annak a valószínűsége, hogy a nullhipotézis nem teljesülése esetén helyesen döntünk. A próbát konzisztensnek nevezzük, ha $n \to \infty$ esetén az erő 1-hez tart, azaz az elemszám növelésével a másodfajú hiba valószínűsége 0-hoz tart.