

2. FELADATSOR

1. Oldjuk meg a következő exponenciális egyenleteket és egyenlőtlenségeket:

- a) $3^{(x^2+x-2)(3-x)} = 1$;
- b) $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 31$;
- c) $2^{x+4} + 2^{x+3} + 2^x = 5^{x+1} - 5^x$;
- d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x} - \left(\frac{1}{8}\right)^{x-1} - 128 = 0$;
- e) $2 \cdot 4^x - 7 \cdot 2^x > -3$;
- f) $2^x + 2^{1-x} < 3$.

2. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} 5 \cdot 3^x - 2^{y+1} = 7 \\ 2 \cdot 3^x + 2^y = 10 \end{cases}$$

3. Számítsuk ki a következő kifejezés értékét számológép nélkül: $2^{\log_{\sqrt{2}} 3} \cdot 2^{\log_4 9}$.

4. Oldjuk meg a következő logaritmikus egyenleteket:

- a) $\log_3 \log_8 \log_2(x+9) = -1 + \log_3 2$;
- b) $\lg x^2 + \lg |x| = 3$;
- c) $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = \frac{3}{4}$;
- d) $x^{\lg x} = 100x$.

5. Egy erdő faállománya jelenleg 3500 m^3 . A mindenkori állomány évente 3%-kal gyarapszik, és kétévenként a meglévő állomány 2%-át kivágják. Hány m^3 fa lesz az erdőben 20 év múlva?

6. Hány év alatt növekszik kétszeresére egy összeg, ha végig 6,25%-os az évi kamat, és a következő évben már a kamattal növelt összeg kamatozik tovább?

7. Oldjuk meg a következő trigonometrikus egyenleteket és egyenlőtlenségeket:

- a) $\sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}$;
- b) $\sin x \cdot (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x) = 2$;
- c) $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1$;
- d) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x > -2$;
- e) $\sin 2x \geq -\cos x$.

8. Mekkora a háromszög szögei, ha egyik csúcsából induló magassága és súlyvonala három egyenlő részre osztja a csúcsonál lévő szögét?

9. Egy derékszögű háromszög beírt körének sugara 2, a köré írté 5. Mekkora az oldalai és a súlyvonalai?

10. Egy fa álláshelyünkről nézve 30° , 25 méterrel hátrébról 20° magasságban látszik. Hány méter magas a fa, ha szemmagasságunk 165 cm?

11. Egy háromszög területe 25, két oldalhossza 10 és 13. Mekkora a harmadik oldala?

12. Egy háromszög oldalhosszai 8; 9; 11. Mekkora a területe?

13. Egy kecske ki van kötve egy $10 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ -es téglalap alakú kerítés egyik hosszabb oldala felezőpontjához, kívülről, egy 10 m-es kötéllel. Mekkora a legelhető rész területe?

14. Az egységnyi élű kocka testátlója milyen messze van a rá nem illeszkedő csúcsoktól?

15. Egy 6 és 8 befogójú derékszögű háromszöget megforgatunk átfogójának egyenesre körül. Mekkora a keletkezett forgástest felszíne és térfogata?